

PRIMO ESONERO DI AM1

6/11/2007

Esercizio 1.

Dato l'insieme

$$S := \left\{ \cos(n\pi) + \frac{n^2 + (-1)^{n-1}}{n^2} \mid n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$$

determinarne estremo superiore ed estremo inferiore, specificando se tale estremo sia rispettivamente massimo o minimo.

Cognome e nome

PRIMO ESONERO DI AM1
6/11/2007

Esercizio 2.

Determinare i punti di accumulazione del seguente insieme:

$$T := \left\{ \frac{n^2 + n - 1}{n^2} \mid n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\} \cup \left(\frac{11}{9}, \frac{5}{4} \right).$$

Mostrare inoltre che $x = 1 + \frac{3}{16}$ è un punto isolato.

Determinare se T è aperto, chiuso, o nessuno dei due.

Cognome e nome

PRIMO ESONERO DI AM1
6/11/2007

Esercizio 3.

Mostrare per induzione che per ogni $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{k=0}^{n-1} k2^k = (n-2)2^n + 2.$$

Cognome e nome

PRIMO ESONERO DI AM1
6/11/2007

Esercizio 4.

Dare la definizione di estremo superiore di un insieme.

Dimostrarne quindi il teorema di esistenza per sottoinsiemi superiormente limitati dei reali, dato l'assioma di continuità di Dedekind.

Cognome e nome

PRIMO ESONERO DI AM1

6/11/2007

Esercizio 5 (facoltativo).

Mostrare che, per $A, B \subseteq \mathbb{R}$, si ha $\mathcal{D}(A \cup B) = \mathcal{D}(A) \cup \mathcal{D}(B)$, dove $\mathcal{D}(S)$ è l'insieme dei punti di accumulazione di S .