

Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
Tutorato di AM1 - A.A. 2007/2008
Tutore: Nazareno Maroni

Tutorato n.7 del 23/11/2007

Esercizio 1. Verificare, usando la definizione, che:

- 1) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{c}{n} = 0, \quad c \in \mathbb{R}$
- 2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{c}{n^\alpha} = 0, \quad c \in \mathbb{R}, \alpha > 0$
- 3) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n - \sqrt{n^2 - 1}) = 0$
- 4) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \log_\alpha \left(1 + \frac{1}{n}\right) = 0, \quad \alpha > 1$
- 5) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{n^2 - \sin n}{3n^2 + \log n}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Esercizio 2. Calcolare usando il teorema dei carabinieri:

- 1) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log n}{n^2}$
- 2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{n - 2}$
- 3) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 \log n}{n^2 + 1}$

Esercizio 3. Siano $P(n)$ e $Q(n)$ due polinomi di grado a e b rispettivamente. Dimostrare che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{P(n)}{Q(n)} = \begin{cases} +\infty & \text{se } a > b \text{ e } \text{sign}(p_a/q_b) = 1 \\ -\infty & \text{se } a > b \text{ e } \text{sign}(p_a/q_b) = -1 \\ 0 & \text{se } a < b \\ \frac{p_a}{q_b} & \text{se } a = b \end{cases}$$

dove p_a e q_b sono i coefficienti dei termini di grado massimo.

Esercizio 4. Calcolare i seguenti limiti:

- 1) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin n}{n}$
- 2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)$
- 3) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^2 - 4n} - \sqrt{n^3 - 3}}{n^2 + 1}$
- 4) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + 1}{3^n - 2^{2n}}$