

Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
Tutorato di AM1 - A.A. 2007/2008
Tutore: Nazareno Maroni

Tutorato n.6 del 16/11/2007

Esercizio 1. Dire se i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R} sono aperti, chiusi, né aperti né chiusi:

$$\begin{aligned} A &= \bigcup_{j=1}^{+\infty} (-j, j] & B &= \bigcap_{j=1}^{+\infty} (-j, j] \\ C &= \bigcup_{j=1}^{+\infty} \left[\frac{1}{j}, 2 - \frac{1}{j} \right] & D &= \bigcup_{j=1}^{+\infty} \left[\frac{1}{j}, 2 + \frac{1}{j} \right] \\ E &= \bigcap_{j=1}^{+\infty} \left(\pi - \frac{1}{j}, \pi \right) & F &= \bigcap_{j=1}^{+\infty} \left(\pi - \frac{1}{j}, \pi + \frac{1}{j} \right) \\ G &= \bigcup_{j=1}^{+\infty} \bigcap_{k=1}^j \left(j - \frac{1}{k}, j + \frac{1}{k} \right) \end{aligned}$$

Esercizio 2. Trovare i punti interni, i punti di frontiera e i punti di accumulazione dei seguenti insiemi, dire se sono aperti, chiusi, né aperti né chiusi.

$$\begin{aligned} A &= (-\infty, 0] & B &= \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\} \\ C &= \mathbb{Q} & D &= \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{2n+1}{3n^2+2}, n \in \mathbb{N}\} \end{aligned}$$

Esercizio 3. Verificare, usando la definizione, i seguenti limiti di funzioni:

$$\begin{aligned} \text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 4}{2x^2 + 3} &= \frac{1}{2} \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 - 3x + 5}{x + 2} &= \frac{5}{2} \\ \text{c) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin x\pi - 1}{x + 5} &= -\frac{1}{7} \end{aligned}$$