

Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica  
Tutorato di AM1 - A.A. 2007/2008  
Tutore: Nazareno Maroni

Tutorato n.6 del 16/11/2007

**Esercizio 1.** Dire se i seguenti sottoinsiemi di  $\mathbb{R}$  sono aperti, chiusi, né aperti né chiusi:

$$A = \bigcup_{j=1}^{+\infty} (-j, j]$$

$$B = \bigcap_{j=1}^{+\infty} (-j, j]$$

$$C = \bigcup_{j=1}^{+\infty} \left[ \frac{1}{j}, 2 - \frac{1}{j} \right]$$

$$D = \bigcup_{j=1}^{+\infty} \left[ \frac{1}{j}, 2 + \frac{1}{j} \right]$$

$$E = \bigcap_{j=1}^{+\infty} \left( \pi - \frac{1}{j}, \pi \right)$$

$$F = \bigcap_{j=1}^{+\infty} \left( \pi - \frac{1}{j}, \pi + \frac{1}{j} \right)$$

$$G = \bigcup_{j=1}^{+\infty} \bigcap_{k=1}^j \left( j - \frac{1}{k}, j + \frac{1}{k} \right)$$

**Esercizio 2.** Trovare i punti interni, i punti di frontiera e i punti di accumulazione dei seguenti insiemi, dire se sono aperti, chiusi, né aperti né chiusi.

$$A = (-\infty, 0]$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\}$$

$$C = \mathbb{Q}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{2n+1}{3n^2+2}, n \in \mathbb{N}\}$$

**Esercizio 3.** Verificare, usando la definizione, i seguenti limiti di funzioni:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 4}{2x^2 + 3} = \frac{1}{2}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 - 3x + 5}{x + 2} = \frac{5}{2}$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin x\pi - 1}{x + 5} = -\frac{1}{7}$$