

Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
Tutorato di AM1 - A.A. 2007/2008
Tutore: Nazareno Maroni

Tutorato n.5 del 26/10/2007

Esercizio 1. Trovare, se esistono, estremo superiore e inferiore dei seguenti insiemi, specificando se sono, rispettivamente, massimo e minimo.

- $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{2n+1}{n^2-2}, n \in \mathbb{N} \right\}$
- $B = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{2^n}{n+3}, n \in \mathbb{N} \right\}$
- $C = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\cos(n\pi)(n^2+2)}{2n^2-1}, n \in \mathbb{N} \right\}$
- $D = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{n^2}{n+3}, n \in \mathbb{N} \right\}$
- $E = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{3n-2}{2n}, n \in \mathbb{N}^+ \right\}$
- $F = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{2n+1}{n^2+2}, n \in \mathbb{N} \right\}$
- $G = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{t+1}{t-2}, t \in \mathbb{R}, t > 2 \right\}$

Esercizio 2. Per $n \in \mathbb{N}$ si definisca $n!!$ nel modo seguente:

$$1!! = 1 \quad 2!! = 2 \quad (n+2)!! = (n+2)n!!.$$

Trovare un'espressione esplicita per $n!!$. Dimostrare che risulta $(2n)!! = 2^n n!$.

Esercizio 3. Dire se i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R} sono aperti, chiusi, né aperti né chiusi:

$$A = (0, 1) \cup [1, 2) \qquad B = (0, 1) \cap \left[\frac{1}{3}, \frac{1}{2} \right]$$
$$C = \bigcap_{k=1}^{+\infty} \bigcup_{j=0}^{+\infty} \left(j - \frac{1}{k}, j + \frac{1}{k} \right)$$

Per C sapete dire che sottoinsieme di \mathbb{R} è?

Esercizio 4. Trovare i punti interni, i punti di frontiera e i punti di accumulazione dei seguenti insiemi, dire se sono aperti, chiusi, né aperti né chiusi.

$$A = \{ x \in \mathbb{R} \mid x^2 < -x \} \qquad B = \bigcup_{n=1}^{+\infty} (2n-1, 2n)$$