

AM1 Analisi 1 – a.a. 2007-2008
Esercitazione 12 – 18 Dicembre

(a cura di Paolo Tranquilli)

Esercizio 1. Determinare per quali x le seguenti serie convergono.

a. $\sum_{k=1}^{+\infty} \left(\frac{3x-10}{2}\right)^k \frac{1}{k^2};$

d. $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{x^k}{k+x^{2k}};$

b. $\sum_{k=1}^{+\infty} \left(\frac{\cos k\pi}{x-2}\right)^k \frac{1}{k};$

e. $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{kx^k}{(k-1)!};$

c. $\sum_{k=2}^{+\infty} \frac{(e^{x^2-2}-2)^k}{\sqrt{k} \log k};$

f. $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{x^k + k^{3x}}{k^2}.$

Esercizio 2. Determinare l'insieme di continuità delle seguenti funzioni e classificarne le discontinuità, al variare del parametro reale a .

a. $f(x) := \begin{cases} \frac{\sin ax}{x} & \text{se } x \neq 0, \\ a^2 & \text{altrimenti;} \end{cases}$

b. $f(x) := \begin{cases} \frac{e^{\frac{a}{x-1}} - 1}{e^{\frac{1}{x-1}} + 1} & \text{se } x \neq 1, \\ 0 & \text{altrimenti;} \end{cases}$

c. $f(x) := \begin{cases} \frac{e^{\frac{a}{x^2}}}{x^2 - x} & \text{se } x \neq 0 \text{ e } x \neq 1, \\ 0 & \text{altrimenti;} \end{cases}$

d. $f(x) := \begin{cases} \left(\frac{\sin a^2 x}{e^x - 1} - 1\right) \arctan \frac{a}{x} & \text{se } x \neq 0, \\ 0 & \text{altrimenti;} \end{cases}$

e. $f(x) := \begin{cases} \frac{\log(1+ax^2)}{1-\cos x} & \text{se } x \neq 2k\pi \text{ per } k \in \mathbb{Z}, \\ a^2 & \text{altrimenti.} \end{cases}$