

AM1 Analisi 1 – a.a. 2007-2008
Esercitazione 11 – 17 Dicembre

(a cura di Paolo Tranquilli)

Esercizio 1. Calcolare i seguenti limiti:

a. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \tan x (e^{\cos x} - 1);$

d. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi \cos x)}{x \sin x};$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sin^2 3x};$

e. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{\sqrt{x} - \sqrt{5}};$

c. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\log(1 + \sqrt{x-1})}{\sqrt{x^2 - 1}};$

f. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \tan x + (1 - \cos 2x) \sin^2 x}{27x^4 + 5 \sin x}.$

Esercizio 2. Determinare l'insieme di continuità delle seguenti funzioni, e classificarne le eventuali discontinuità.

a. $f(x) := \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}} & \text{se } x \neq 0, \\ 0 & \text{se } x = 0; \end{cases}$

f. $f(x) := \begin{cases} (1 + |\sin x|)^{\frac{1}{x}} & \text{se } x \neq 0, \\ e & \text{se } x = 0; \end{cases}$

b. $f(x) := \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}} & \text{se } x \neq 0, \\ 0 & \text{se } x = 0; \end{cases}$

g. $f(x) := \begin{cases} \arctan \frac{1}{x} & \text{se } x \neq 0, \\ 0 & \text{se } x = 0; \end{cases}$

c. $f(x) := \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & \text{se } x \neq 0, \\ 1 & \text{se } x = 0; \end{cases}$

h. $f(x) := \begin{cases} \frac{e^{\sin x} - 1}{\tan x} & \text{se } x \neq k\frac{\pi}{2} \text{ per ogni } k \in \mathbb{Z}, \\ 1 & \text{altrimenti;} \end{cases}$

d. $f(x) := \begin{cases} \frac{1}{x} \sin x & \text{se } x \neq 0, \\ 1 & \text{se } x = 0; \end{cases}$

i. $f(x) := |[x]|^{\{x\}}$, dove $[x]$ è la parte intera di x (il massimo intero inferiore a x) e $\{x\} := x - [x]$ è la parte frazionaria.

e. $f(x) := \begin{cases} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}} & \text{se } x \neq 0, \\ e & \text{se } x = 0; \end{cases}$

j. $f(x) := \begin{cases} x & \text{se } x \in \mathbb{Q}, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$