

Logica

3: Connotazione, denotazione, invarianza per sostituzione

Claudio Sacerdoti Coen

`<sacerdot@cs.unibo.it>`

Università di Bologna

13/11/2017

Outline

- 1 Connotazione, denotazione, invarianza per sostituzione

Connotazione vs denotazione

Wikipedia: “Per **denotazione** si intende un termine della linguistica che distingue il significato principale di una parola (o enunciato) rispetto alla **connotazione**, ossia alla carica psicologica associata al termine. Nel caso di una parola singola, la denotazione è la prima definizione che daranno un dizionario o un'enciclopedia.

Una denotazione ha molte connotazioni diverse:

Esempio:

“Berlusconi”, “Il Presidente del Consiglio”, “Il Cavaliere”,
“Il tesserato P2 1816”, “Papi Silvio”, “Il 3^o italiano più ricco”
“Il principale esponente dello schieramento a me avverso”
sono tutte connotazioni per la stessa denotazione.

Connotazione vs denotazione

Denotazione = ciò che voglio identificare, il significato di ciò che vado dicendo, la semantica di ciò che sto dicendo

Connotazione = come identifico qualcosa, come sto dicendo qualcosa, la sintassi che uso per dire qualcosa

Uso meta-linguistico del linguaggio \approx riferirsi alle connotazioni

Esempi:

eterologico = aggettivo che non si applica a sè stesso

non definibile in meno di 100 parole

io mento = “io mento” non è vero

Principio di invarianza per sostituzione

Siano x e y due connotazioni per la stessa denotazione.

Il principio di invarianza per sostituzione vale se per ogni contesto $P[\cdot]$ le due connotazioni $P[x]$ e $P[y]$ denotano la stessa cosa.

Contesto = frase (connotazione) contenente un buco $[\cdot]$ da riempire con un'altra connotazione t (scritto $[t]$)

Il principio di invarianza per sostituzione è un importante test per l'assenza dell'uso meta-linguistico del linguaggio.

Principio di invarianza per sostituzione

Esempio:

“cat” e “gatto” denotano la stessa cosa,
ma “cat è monosillabico” denota il vero (è vero)
mentre “gatto è monosillabico” denota il falso (è falso)
monosillabico fa un uso meta-linguistico

Esempio:

“2 è pari” denota la stessa verità di “3 - 1 è pari” e di “il più piccolo numero primo è pari”
essere pari non fa un uso meta-linguistico

Conclusioni

Piano di lavoro:

- 1 definiremo la sintassi (= le connotazioni) delle nostre logiche
- 2 definiremo la semantica (= le denotazioni associate alle connotazioni) delle nostre logiche
- 3 **dimostriamo che vale il principio di invarianza per sostituzione**

Denotazioni e mondi

Nella precedente lezione:

“il valore di verità di una sentenza dipende dal mondo e dall'interpretazione che diamo alle parole nel mondo”

Riparafraiamo:

fissiamo un mondo M

una interpretazione (o funzione semantica) associa a ogni connotazione una denotazione che è un “oggetto” del mondo M

Denotazioni e mondi

Esempio:

Connotazione composta: “per ogni x , $x + 0 = x$ ”

Connotazioni atomiche: $+$, 0 , $=$

Mondo 1:

consideriamo l'insieme dei numeri naturali \mathbb{N}

interpretiamo le connotazioni nel modo seguente:

“ $+$ ” denota la somma $+$ fra naturali

“ 0 ” denota lo zero 0 dei naturali

“ $=$ ” denota l'uguaglianza fra numeri naturali

la sentenza qua sopra denota il vero (è vera)

perchè $x + 0 = x$ vale per ogni x

Denotazioni e mondi

Esempio:

Connotazione composta: “per ogni x , $x + 0 = x$ ”

Connotazioni atomiche: $+$, 0 , $=$

Mondo 2:

consideriamo l'insieme dei numeri naturali \mathbb{N}

interpretiamo le connotazioni nel modo seguente:

“ $+$ ” denota il prodotto $*$ fra naturali

“ 0 ” denota l'unità 1 dei naturali

“ $=$ ” denota l'uguaglianza fra numeri naturali

la sentenza qua sopra denota il vero (è vera)

perchè $x * 1 = x$ vale per ogni x

Denotazioni e mondi

Esempio:

Connotazione composta: “per ogni x , $x + 0 = x$ ”

Connotazioni atomiche: $+$, 0 , $=$

Mondo 3:

consideriamo l'insieme dei numeri e delle figure geometriche
interpretiamo le connotazioni nel modo seguente:

“ $y + \delta$ ” denota la rotazione di una figura y di δ gradi
in senso antiorario (ritorna y altrimenti)

“ 0 ” denota 360 gradi

“ $=$ ” denota l'uguaglianza fra numeri/figure geometriche
la sentenza qua sopra denota il vero (è vera)
perchè x ruotato di 360 gradi è sempre uguale a x

Denotazioni e mondi

Esempio:

Connotazione composta: “per ogni x , $x + 0 = x$ ”

Connotazioni atomiche: $+$, 0 , $=$

Mondo 4:

consideriamo l'insieme delle persone

interpretiamo le connotazioni nel modo seguente:

“ $x + y$ ” denota il figlio di x e y

“ 0 ” denota Michele

“ $=$ ” denota l'uguaglianza fra persone

la sentenza qua sopra denota il falso (è falsa)

perchè il figlio di x e Michele non è sempre x

(anzi, non lo è mai!)

Denotazioni e mondi

Esempio:

Connotazione composta: “per ogni x , $x + 0 = x$ ”

Connotazioni atomiche: $+$, 0 , $=$

Mondo 4:

consideriamo l'insieme dei numeri naturali \mathbb{N}

interpretiamo le connotazioni nel modo seguente:

“ $+$ ” denota il prodotto $*$

“ 0 ” denota il numero 2

“ $=$ ” denota l'essere minore di \leq fra numeri naturali

la sentenza qua sopra denota il falso (è falsa)

perchè $x * 2$ non è sempre minore o uguale a x

(lo è solo per $x = 0$)

Denotazioni e mondi

Osservazione:

- i simboli di costanti (“0”) vengono interpretati come costanti nel mondo (0, 1, 360 gradi, Michele, 2)
- i simboli di funzioni binari (“+”) vengono interpretati come funzioni binarie nel mondo (+, *, ruota di, figlio di, *)
- i simboli di predicato binari (“=”) vengono interpretati come predicati binari nel mondo (=, \leq)
- invece il “per ogni” è sempre stato interpretato nello stesso modo

Se non teniamo fissa almeno la semantica del per ogni, allora tutto può significare tutto.

Ma di cosa teniamo fissa la semantica e di cosa la facciamo variare?

Connettivi logici

La denotazione di una sentenza dipende dalla denotazione delle sue parti.

Esempio:

“2 è pari e 3 è dispari”

nell'interpretazione standard denota il vero poichè

“2 è pari” denota il vero

“3 è dispari” denota il vero

La “e” si dice **connettivo** (binario) poichè viene usata per combinare assieme due **sentenze** (= connotazioni di un valore di verità) per ottenere una nuova sentenza (= connotazione di un valore di verità).


Connettivi logici

Esempi di connettivi binari di uso comune:
e, o, se ... allora ..., se e solamente se

Esempi di connettivi unari di uso comune:
non

Esempi di connettivi 0-ari (costanti):
vero (che denota sempre il vero)
falso (che denota sempre il falso)

Fissiamo l'interpretazione dei connettivi a essere la stessa in ogni mondo.

(Più avanti parleremo anche “per ogni”, “esiste”, etc. che non sono connettivi, ma quantificatori e la cui interpretazione sarà anch'essa fissata. A volte si fissa anche il predicato binario “=”) 

Conclusioni

- Le connotazioni sono oggetti sintattici per descrivere le denotazioni (oggetti semantici in un mondo)
- Principio di invarianza per sostituzione vale se solo contano solo le denotazioni e non le connotazioni
- **Definizione: una sentenza è una connotazione che denota un valore di verità**
- Sentenze composte tramite connettivi a partire da sentenze più semplici
- La denotazione dei connettivi è fissata; facciamo variare nei mondi la denotazione delle altre connotazioni (al fine di definire la conseguenza logica)