

1. Si dia la definizione di insieme consistente massimale.?
2. Si consideri il linguaggio sui simboli di funzione  $\{0, succ, +, *\}$  e di predicato  $\{=\}$ . Supponendo che questi simboli di funzione e di predicato siano interpretati col loro significato standard sul dominio dei numeri naturali, si dia la definizione di un predicato  $P(x, y)$  che esprima la seguente frase “ $x$  e  $y$  non hanno divisori in comune”. (Si possono usare meta-definizioni ausiliarie).
3. Usando il calcolo della deduzione naturale si dimostri che

$$\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \vdash (\forall xP(f(x))) \vee (\exists xQ(g(x)))$$

4. Si dimostri per risoluzione la seguente conseguenza logica:

$$\forall x(\neg A(x, f(x)) \rightarrow \neg B(x)), \forall x(B(x)) \models \forall x\exists y(A(x, y))$$

5. È data la formula:

$$Q = [\exists xA(x) \rightarrow \exists xB(x)] \rightarrow \forall x(A(x) \rightarrow B(x))$$

La formula  $P$  è valida, soddisfacibile, oppure contraddittoria? Se  $P$  è valida se ne fornisca una dimostrazione nel sistema formale preferito. Se è contraddittoria si dimostri la formula  $\neg P$ . Se è soddisfacibile senza essere valida, si forniscano sia un'interpretazione in cui  $P$  è vera che una in cui  $P$  è falsa.