Corso di Logica Matematica[M-Z]
Prova scritta del 15 febbraio 2006
Tempo a disposizione: ore 2:00.

1. Si enunci il teorema di completezza per il metodo di risoluzione.
2. Si consideri il linguaggio dell'aritmetica sui simboli di funzione $\{0, succ, +, *\}$ e col simbolo di eguaglianza. Supponendo che questi simboli di funzione e di predicato siano interpretati col loro significato standard sul dominio dei naturali, si dia una definizione per il predicato $P(x)$ la cui semantica è: "tutti i multipli di x sono maggiori di $x + 1$". (Si possono usare meta-definizioni ausiliarie).
3. Usando il calcolo della deduzione naturale si dimostri la seguente conseguenza logica:
$$\forall x[(A(x) \to B(f(x))], \exists y \neg B(f(y)) \vdash \exists y \neg A(y).$$
4. Si dimostri per risoluzione la seguente conseguenza logica:
$$\forall x[(A(x) \to B(fx)], \exists y \neg B(f(y)) \vdash \exists y \neg A(y).$$
5. È data la formula:
$$P = (\forall x \forall y[R(x, y) \to \exists z(R(x, z) \wedge R(z, y))]) \wedge \exists x \exists y(x \neq y).$$
La formula P è valida, soddisfacibile, oppure contraddittoria? Se P è valida se ne fornisca una dimostrazione nel sistema formale preferito. Se è contraddittoria si dimostri la formula $\neg P$. Se è soddisfacibile senza essere valida, si forniscano sia un'interpretazione in cui P è vera che una in cui P è falsa.