

Si risponda su QUESTI fogli, scrivendo il nome SU OGNI FOGLIO.

Non è consentita la consultazione di altro materiale, né l'uso di altri fogli.

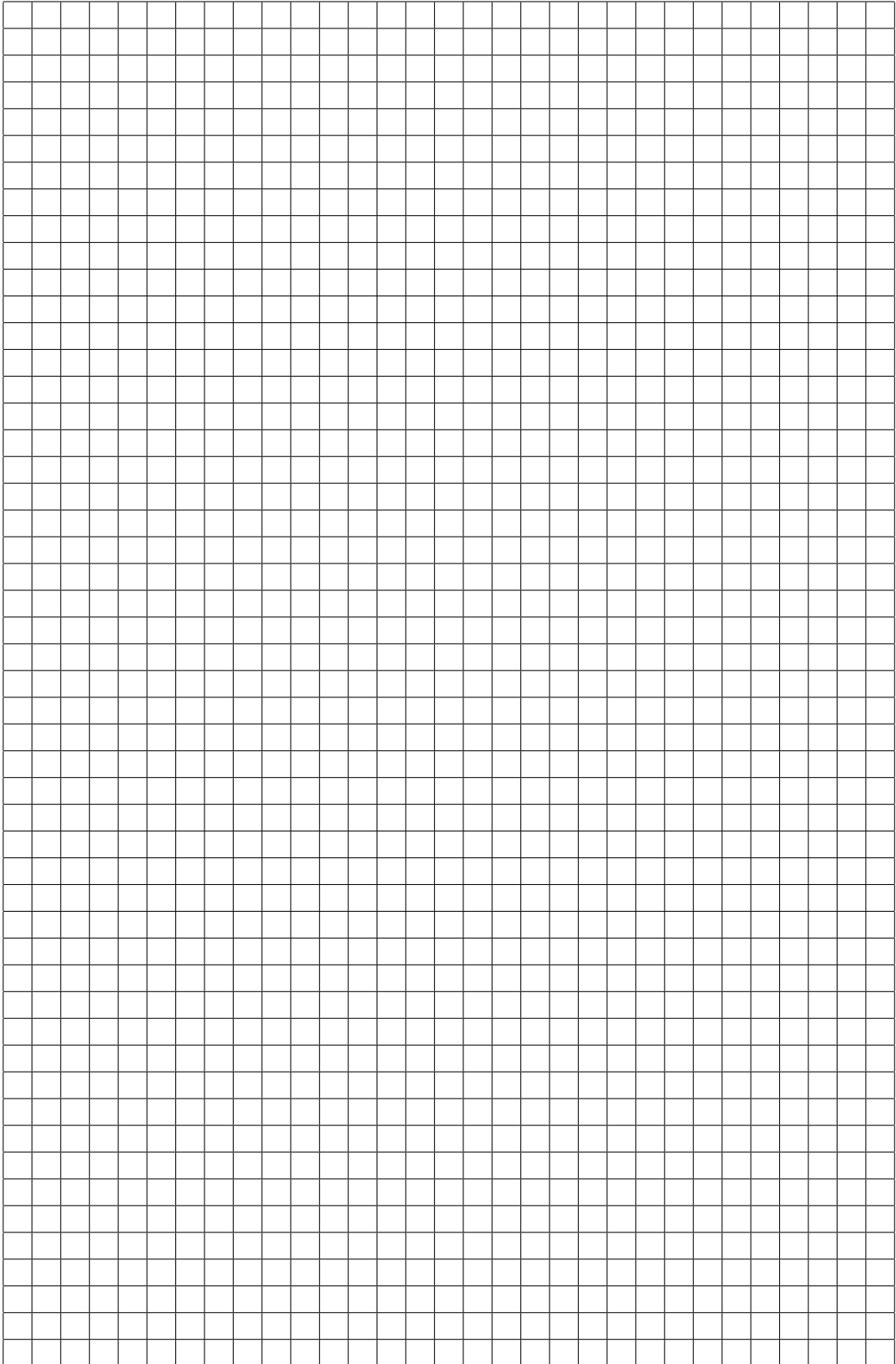
1. Si enunci il teorema di completezza per il metodo di risoluzione.

2. Si consideri il linguaggio dell'aritmetica sui simboli di funzione $\{0, succ, +, *\}$ e col solo simbolo di eguaglianza. Supponendo che questi simboli di funzione e di predicato siano interpretati col loro significato standard, si dia una definizione per il predicato $P(x)$ la cui semantica è: " x è dispari ed è un quadrato perfetto". (Si possono usare meta-definizioni ausiliarie).

3. Si consideri il linguaggio del prim'ordine con un solo simbolo di funzione binaria f . Dato un termine t di questo linguaggio, indichiamo con $\#_v[t]$ il numero delle occorrenze di variabili in t (ad esempio, $\#_v[f(x, f(y, y))] = 3$; indichiamo invece con $\#_f[t]$ il numero delle occorrenze del simbolo f in t (ad esempio, $\#_f[f(c, f(y, y))] = 2$). Si dimostri che, per ogni termine t , $\#_v[t] \geq \#_f[t] + 1$.

4. Si dimostri usando il calcolo della deduzione naturale che vale la seguente conseguenza logica:

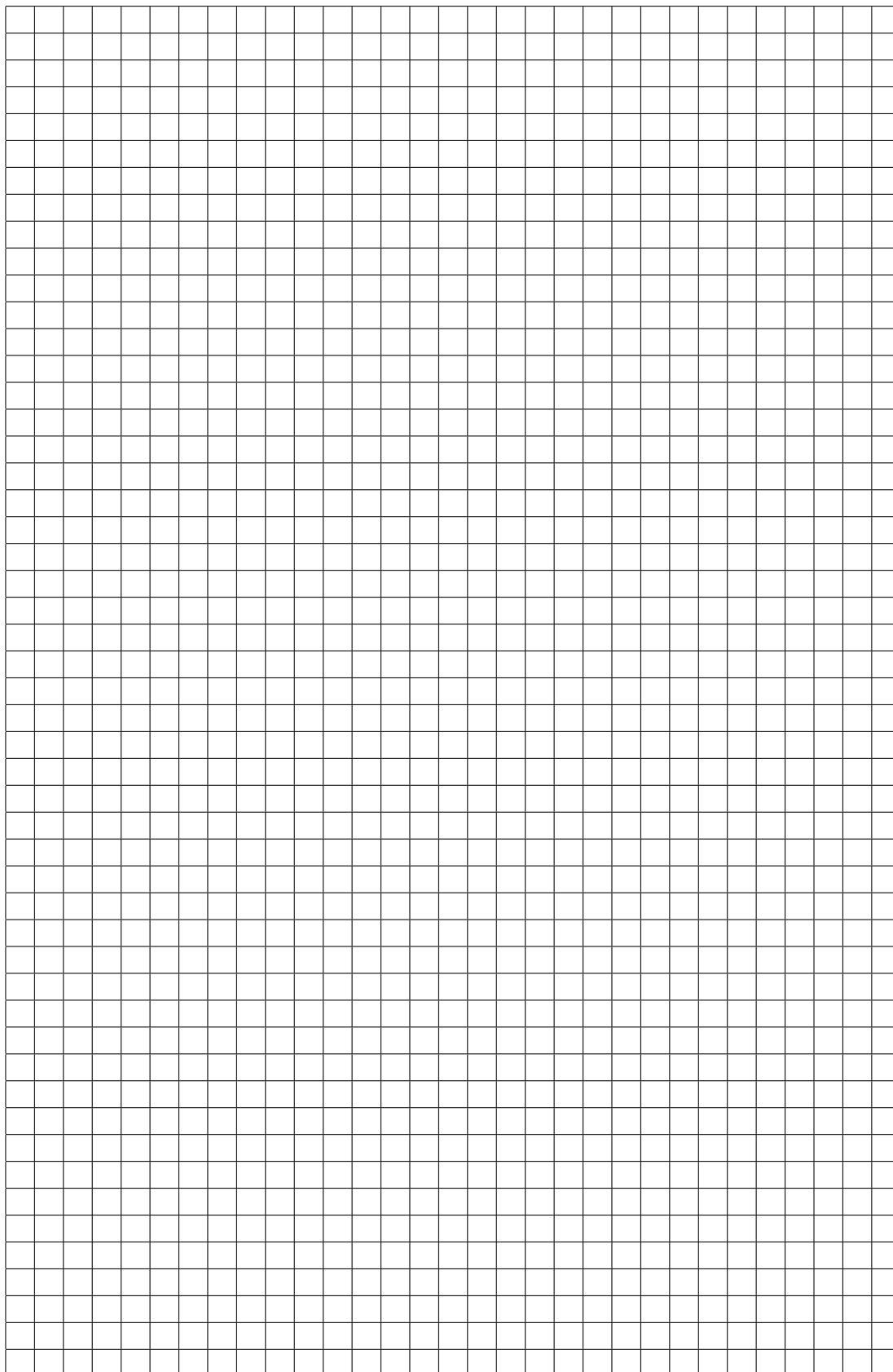
$$\neg P(f(a), a), \forall x[(\forall y\neg Q(y, f(x))) \rightarrow P(f(x), x)] \models \exists yQ(y, f(a)).$$



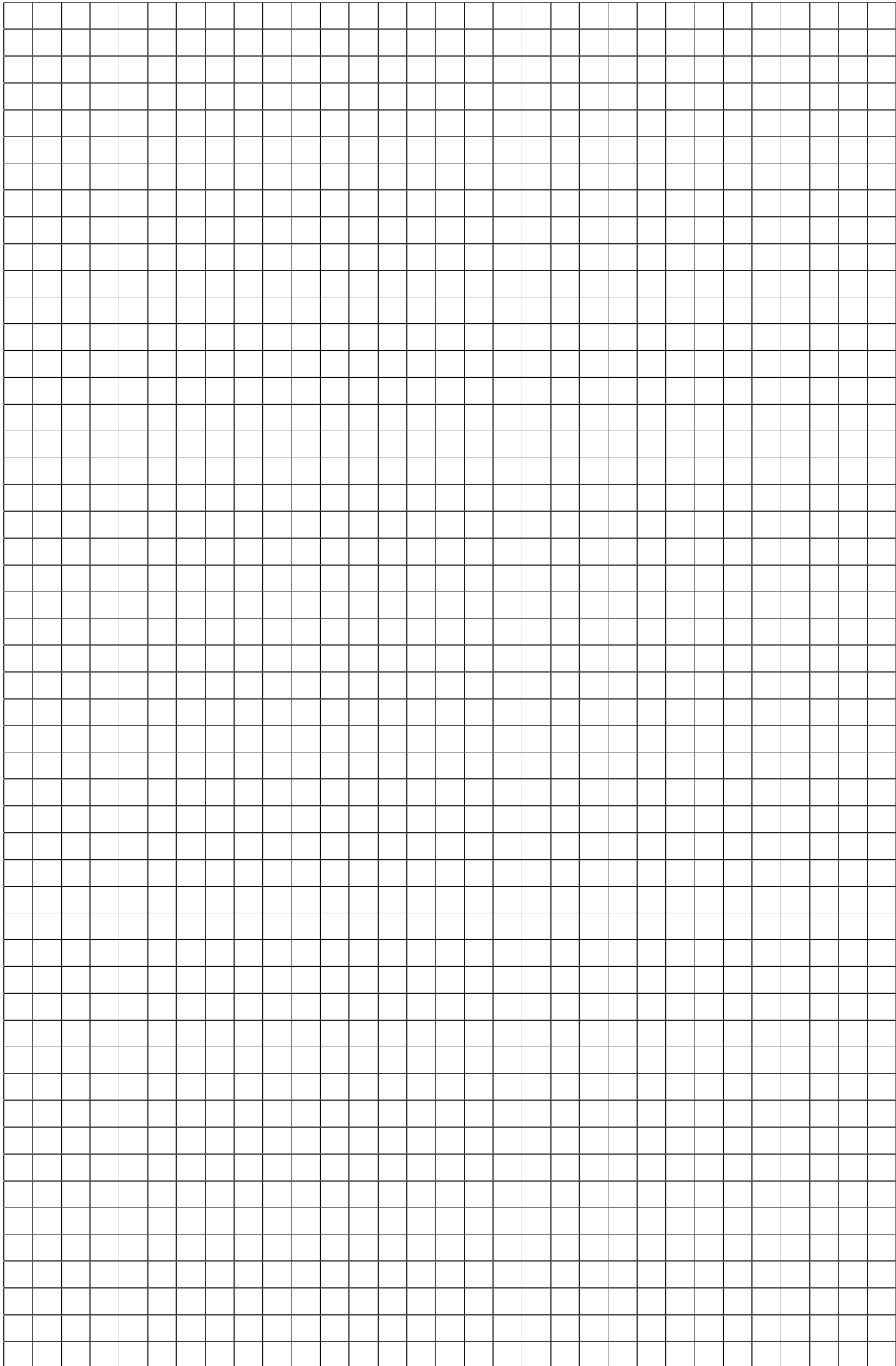
6. È assegnato un linguaggio senza simboli di funzione e con due simboli di predicato binari: R e $=$, quest'ultimo vincolato ad essere interpretato con l'identità. Si considerino le seguenti due formule:

$$P = \forall x \forall y \forall z (R(x, y) \wedge R(x, z) \rightarrow z = y)$$
$$Q = \forall x \forall y \forall z (R(x, y) \wedge R(z, y) \rightarrow z = y).$$

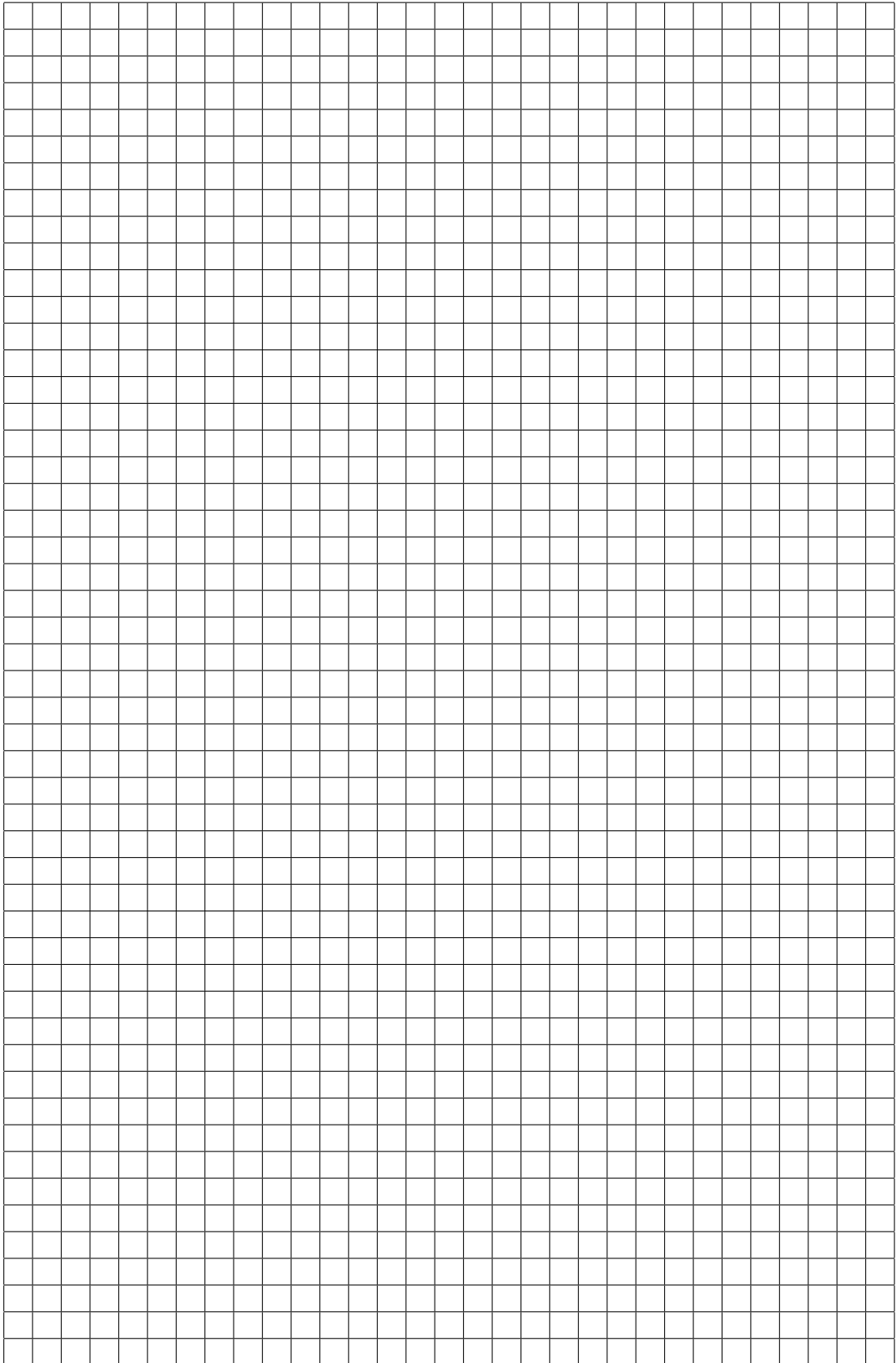
Si diano quattro strutture che corrispondano alle possibili combinazioni dei valori di verità di P e Q (cioè: una struttura in cui sia P che Q sono vere; una struttura in cui P è vera ma Q falsa; ecc.)



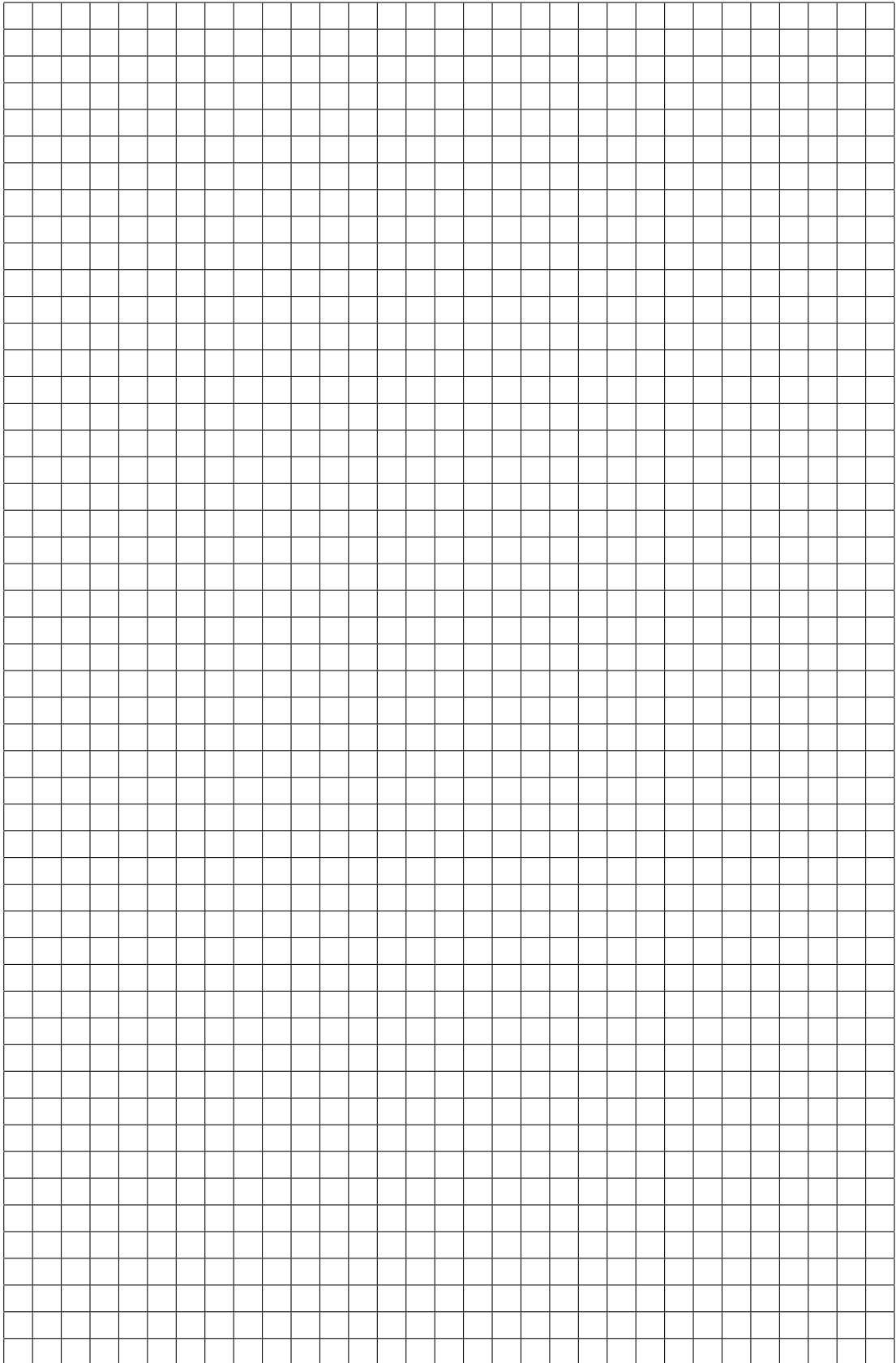
Brutta copia: tutto quanto scritto qui *non* verrà considerato



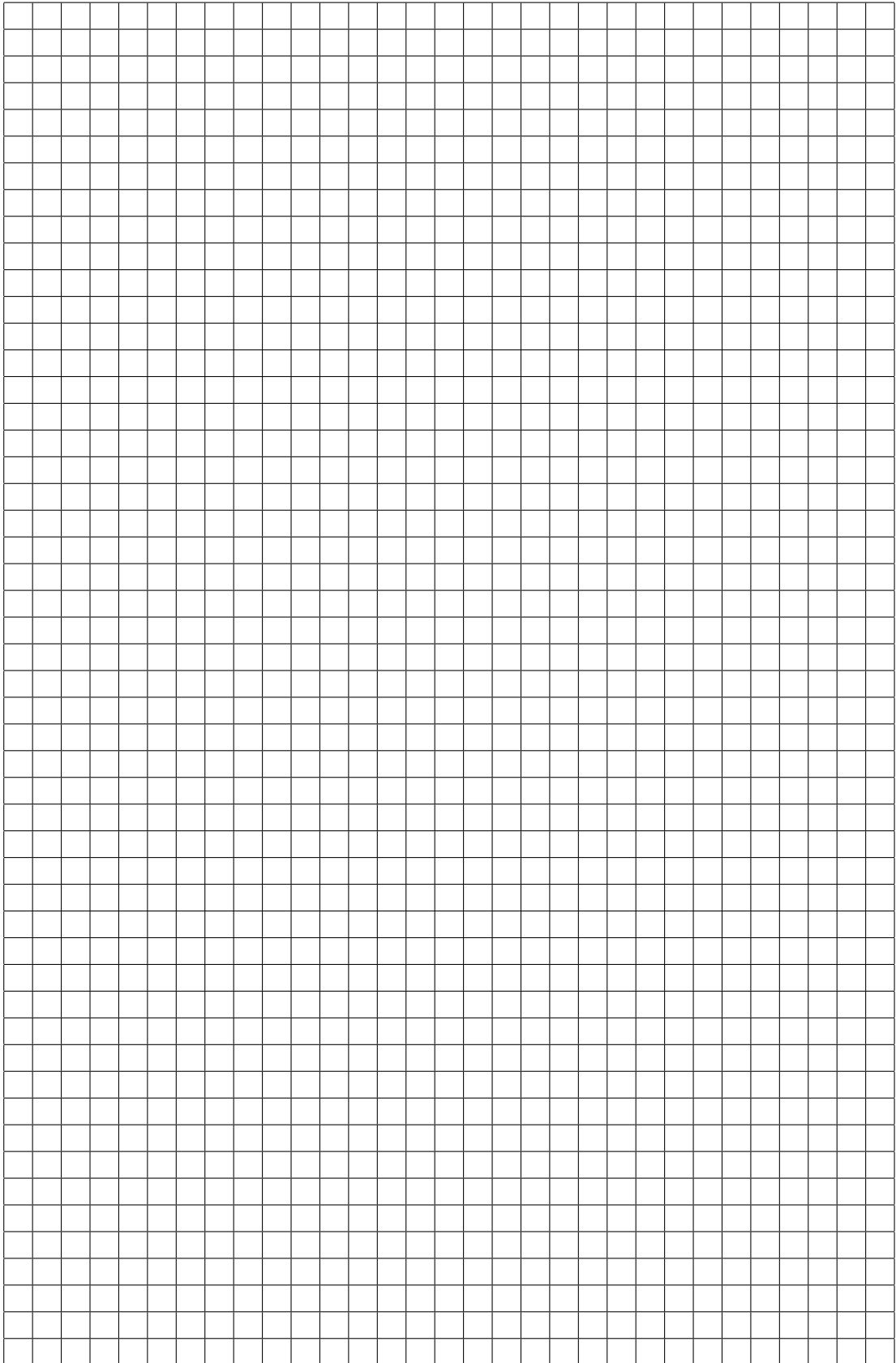
Brutta copia: tutto quanto scritto qui *non* verrà considerato



Brutta copia: tutto quanto scritto qui *non* verrà considerato



Brutta copia: tutto quanto scritto qui *non* verrà considerato



Brutta copia: tutto quanto scritto qui *non* verrà considerato

