

1. Si dimostri usando il calcolo della deduzione naturale la seguente formula:

$$[\exists x \forall y \neg(A(x) \vee B(y))] \rightarrow \forall y \exists x \neg A(x).$$

2. Si dimostri per risoluzione la seguente formula:

$$\forall x \exists y \neg(A(x) \vee B(y)) \wedge \forall z(C(z) \rightarrow B(z)) \rightarrow \exists x \neg C(x).$$

3. È data la formula:

$$P = \forall x[\neg(A(x) \rightarrow B(x)) \wedge B(x) \wedge \neg A(x)].$$

La formula  $P$  è valida, soddisfacibile, oppure contraddittoria? Se  $P$  è valida se ne fornisca una dimostrazione nel sistema formale preferito. Se è contraddittoria si dimostri la formula  $\neg P$ . Se è soddisfacibile senza essere valida, si forniscano sia un'interpretazione in cui  $P$  è vera che una in cui  $P$  è falsa.

4. Si dimostri per risoluzione la seguente formula:

$$(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)).$$