

1. Si dimostri usando il calcolo della deduzione naturale la seguente conseguenza logica:

$$A(\mathbf{c}), (\exists x A(x)) \rightarrow \forall x A(f(x)), \forall x (\neg A(f(x)) \vee (B(x) \wedge C(c))) \models \exists x C(x)$$

2. Si dimostri per risoluzione la seguente conseguenza logica:

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall x \exists y (A(x) \rightarrow B(x, y)), \\ \forall x ((\exists y B(x, y)) \rightarrow B(f(x), f(x))), \\ \exists x A(x) \end{array} \right\} \models \exists x B(f(x), f(x))$$

3. È data la formula:

$$P = [\exists x A(x) \rightarrow \forall x B(x)] \rightarrow \forall x (A(x) \rightarrow B(x)).$$

La formula P è valida, soddisfacibile, oppure contraddittoria? Se P è valida se ne fornisca una dimostrazione nel sistema formale preferito. Se è contraddittoria si dimostri la formula $\neg P$. Se è soddisfacibile senza essere valida, si forniscano sia un'interpretazione in cui P è vera che una in cui P è falsa.

4. Si dimostri per risoluzione la seguente formula:

$$\neg[(A \wedge B) \rightarrow C] \rightarrow \neg[A \rightarrow (B \rightarrow C)].$$