Corso di Logica Matematica[M-Z]
Prova scritta del 8 settembre 2004
Tempo a disposizione: ore 2:00. **Esercizi (1-2) e (3-4-5) su fogli separati.**

1. Si dimostri usando il calcolo della deduzione naturale la seguente conseguenza logica:

$$\exists x A(x), \forall x(A(x) \to B(f(x))), \forall x(\neg B(f(x)) \vee A(f(x))) \models \exists x A(f(x))$$

2. Si dimostri per risoluzione la seguente conseguenza logica:

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall x \exists y(A(x) \to B(f(x), g(y))), \\ \forall x \exists y(A(x) \to B(g(x), f(y))), \\ \forall x((\exists y B(x,y)) \to B(x,x)), \\ \exists x A(x) \end{array} \right\} \models \exists x(B(f(x), f(x)) \wedge B(g(x), g(x)))$$

3. È data la formula (dove $\neq$ deve essere interpretato con il suo significato standard):

$$P = [A(\mathbf{c}) \wedge \forall x(A(x) \to A(f(x)) \wedge A(g(x))) \wedge \forall x(x \neq f(x))] \to \forall x A(x).$$

(i) La formula P è valida, soddisfacibile, oppure contraddittoria? Se P è valida se ne fornisca una dimostrazione nel sistema formale preferito. Se è contraddittoria si dimostri la formula $\neg P$. Se è soddisfacibile senza essere valida, si forniscano sia un'interpretazione in cui P è vera che una in cui P è falsa.
(ii)(facoltativo) Si descrivano tutti i modelli di P.

4. Si stabilisca la seguente conseguenza logica usando a scelta: (i) la deduzione naturale; (ii) la risoluzione.

$$(\neg D \to A \vee B) \wedge (A \to E) \wedge (D \to B \vee E) \models \neg B \to E$$

5. Si dimostri la seguente formula nel calcolo della deduzione naturale:

$$\neg[(A \wedge B) \to C] \to \neg[A \to (B \to C)].$$