

1. Si dimostri usando il calcolo della deduzione naturale la seguente conseguenza logica:

$$\exists x A(g(x)), \forall x (A(f(x)) \rightarrow A(x)), \forall x (A(g(x)) \rightarrow A(x)) \models \exists x A(x)$$

2. Si dimostri per risoluzione la seguente conseguenza logica:

$$\begin{aligned} &\forall x \exists y (A(x, y) \wedge B(x)), \\ &\forall x \forall y (A(x, y) \rightarrow A(f(x), f(y))), \models \forall x \exists y (A(f(x), f(y)) \wedge B(f(f(x)))) \\ &\forall x (B(x) \rightarrow B(f(x))) \end{aligned}$$

3. È data la formula

$$P = [A(\mathbf{c}) \wedge \forall x (A(x) \rightarrow A(f(x))) \rightarrow \exists x \neg A(x)].$$

(i) La formula P è valida, soddisfacibile, oppure contraddittoria? Se P è valida se ne fornisca una dimostrazione nel sistema formale preferito. Se è contraddittoria si dimostri la formula $\neg P$. Se è soddisfacibile senza essere valida, si forniscano sia un'interpretazione in cui P è vera che una in cui P è falsa.

(ii)(facoltativo) Si descrivano tutti i modelli di P .

4. Si stabilisca la seguente conseguenza logica usando a scelta: (i) la deduzione naturale; (ii) la risoluzione.

$$(\neg D \rightarrow \neg A \vee B) \wedge (\neg A \rightarrow E) \wedge (D \rightarrow B \vee E) \models \neg B \rightarrow E$$

5. Si dimostri la seguente formula nel calcolo della deduzione naturale:

$$(\exists x A(x) \rightarrow \forall x B(x)) \rightarrow (\forall x (A(x) \rightarrow B(x))).$$

1. Si dimostri usando il calcolo della deduzione naturale la seguente conseguenza logica:

$$\exists x A(g(x)), \forall x (A(f(x)) \rightarrow A(x)), \forall x (A(g(x)) \rightarrow A(x)) \models \exists x A(x)$$

2. Si dimostri per risoluzione la seguente conseguenza logica:

$$\begin{aligned} &\forall x \exists y (A(x, y) \wedge B(x)), \\ &\forall x \forall y (A(x, y) \rightarrow A(f(x), f(y))), \models \forall x \exists y (A(f(x), f(y)) \wedge B(f(f(x)))) \\ &\forall x (B(x) \rightarrow B(f(x))) \end{aligned}$$

3. È data la formula

$$P = [A(\mathbf{c}) \wedge \forall x (A(x) \rightarrow A(f(x))) \rightarrow \exists x \neg A(x)].$$

(i) La formula P è valida, soddisfacibile, oppure contraddittoria? Se P è valida se ne forniscano una dimostrazione nel sistema formale preferito. Se è contraddittoria si dimostri la formula $\neg P$. Se è soddisfacibile senza essere valida, si forniscano sia un'interpretazione in cui P è vera che una in cui P è falsa.

(ii)(facoltativo) Si descrivano tutti i modelli di P .

4. Si stabilisca la seguente conseguenza logica usando a scelta: (i) la deduzione naturale; (ii) la risoluzione.

$$(\neg D \rightarrow \neg A \vee B) \wedge (\neg A \rightarrow E) \wedge (D \rightarrow B \vee E) \models \neg B \rightarrow E$$

5. Si dimostri la seguente formula nel calcolo della deduzione naturale:

$$(\exists x A(x) \rightarrow \forall x B(x)) \rightarrow (\forall x (A(x) \rightarrow B(x))).$$