

Tempo a disposizione: ore 2:00.

Si scriva in *calligrafia* (dal greco: kalos=bello e graphe=scrittura) o il compito non sarà valutato.

1. Si dimostri usando il calcolo della deduzione naturale che la formula seguente è valida:

$$(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg\neg A \rightarrow \neg\neg B).$$

2. Si dimostri per risoluzione che:

$$\forall x \forall y [B(x) \wedge \neg A(y, y) \rightarrow A(x, y)], \forall y [A(y, y) \rightarrow \neg \exists x (B(x) \wedge A(x, y))] \models \neg \exists B(x).$$

3. Si trasformi in forma normale di Skolem la formula:

$$[\forall x \exists y A(x, y) \rightarrow \exists x \neg \exists y B(x, y)] \wedge \neg \exists x \forall y B(y, x).$$

4. Vale la seguente conseguenza logica?

$$\forall x (A(x) \rightarrow B(x)) \models \exists x (A(x) \wedge \neg B(x)).$$

In caso positivo darne una dimostrazione nel sistema formale preferito. In caso contrario mostrarne un contromodello.

5. Descrivere tutti i modelli della formula

$$\forall x \exists y (x \neq y \wedge x < y)$$

assumendo che \neq e $<$ abbiano sempre il loro significato standard (cioè \neq è sempre interpretato con “diverso” e $<$ con “minore di” in una relazione di ordine parziale).

Tempo a disposizione: ore 2:00.

Si scriva in *calligrafia* (dal greco: kalos=bello e graphe=scrittura) o il compito non sarà valutato.

1. Si dimostri usando il calcolo della deduzione naturale che la formula seguente è valida:

$$(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg\neg A \rightarrow \neg\neg B).$$

2. Si dimostri per risoluzione che:

$$\forall x \forall y [B(x) \wedge \neg A(y, y) \rightarrow A(x, y)], (\forall y A(y, y) \rightarrow \neg \exists x (B(x) \wedge A(x, y))) \models \neg \exists B(x).$$

3. Si trasformi in forma normale di Skolem la formula:

$$[\forall x \exists y A(x, y) \rightarrow \exists x \neg \exists y B(x, y)] \wedge \neg \exists x \forall y B(y, x).$$

4. Vale la seguente conseguenza logica?

$$\forall x (A(x) \rightarrow B(x)) \models \exists x (A(x) \wedge \neg B(x)).$$

In caso positivo darne una dimostrazione nel sistema formale preferito. In caso contrario mostrarne un contromodello.

5. Descrivere tutti i modelli della formula

$$\forall x \exists y (x \neq y \wedge x < y)$$

assumendo che \neq e $<$ abbiano sempre il loro significato standard (cioè \neq è sempre interpretato con “diverso” e $<$ con “minore di” in una relazione di ordine parziale).