Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Scienze dell'Informazione
Esercitazione scritta di LOGICA
(27 settembre 1996)

- Si consideri il seguente ragionamento:
  (a) Se Franco è un elettricista, allora Giorgio è un idraulico oppure Elena è una insegnante. (b) Se Giorgio è un idraulico, allora Lucia non fa la commessa oppure Elena è una insegnante. (c) Se Lucia fa la commessa allora Franco è elettricista. (d) Lucia fa la commessa.
  Dunque, (e) Elena è una insegnante.

  1. Lo si formalizzi in logica proposizionale e se ne verifichi la correttezza utilizzando tabelle di verità.
  2. Si fornisca una funzione di valutazione v che soddisfa (a, b, c, d), ma tale per cui l'asserzione "Giorgio ha la macchina" risulta falsa.
  3. Si dimostri la sentenza originale utilizzando la Deduzione Naturale (cioè si dia una dimostrazione di $a, b, c, d \vdash e$).
  4. Si dimostri $a, b, c, d \vdash e$ utilizzando il Calcolo dei Sequenti.

- (6 punti) Sia $\top = \neg\bot$ la costante proposizionale che denota "vero". Si dimostri che per ogni proposizione P ed ogni proposizione atomica A, la formula
  $$P \to (A \to P[{}^{\top}/_{A}])$$
  é una tautologia.
  Suggerimento: si proceda per casi, a seconda dei possibili valori di verità di P e A.

- Si consideri il seguente ragionamento:
  (a) Ogni persona che ha un amico è felice. (b) Non è vero che ogni persona ricca sia anche felice.
  Dunque: (c) esiste una persona ricca e senza amici.

1. lo si formalizzi in logica del primo ordine utilizzando i seguenti predicati: A(x,y) = x è amico di y; R(x) = x è ricco; F(x) = x è felice.
2. si dimostri la correttezza del ragionamento suddetto utilizzando il calcolo dei sequenti.

- Si considerino le seguenti formule del prim'ordine:

  1. $(a)\ \forall x \exists y(A(x) \rightarrow B(y)) \rightarrow \exists y(\forall x A(x) \rightarrow B(y))$
  2. $(b)\ \exists y(\forall x A(x) \rightarrow B(y)) \rightarrow \forall x(A(x) \rightarrow \exists y B(y))$
  3. $(c)\ \forall x \exists y(A(x) \rightarrow B(y)) \rightarrow \exists x \neg A(x) \vee \exists y B(y)$

  Per ciascuna di esse si dica se si tratta o meno di una tautologia. In caso affermativo la si dimostri; in caso negativo, si fornisca una interpretazione che non è un modello della formula.