

Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Informatica
Esercitazione scritta di LOGICA PER L'INFORMATICA
08/01/2019, turno 2

1 (1 punto). Dare la sintassi per le formule della logica del prim'ordine.

2 (5 punti). Considerare la seguente sintassi delle liste di numeri naturali:

$$L ::= [] \mid \mathbb{N} :: L$$

dove $::$ è associativo a destra. Scrivere la funzione ricorsiva strutturale $f(L)$ che restituisca il booleano t sse almeno un numero in L non compare in L esattamente due volte.

Esempi:

- $f(1 :: 2 :: 3 :: 3 :: 1 :: []) = t$
- $f(1 :: 1 :: 3 :: 2 :: 3 :: 2 :: []) = ff$

È possibile utilizzare funzioni ausiliarie su liste, da definirsi usando la ricorsione strutturale, funzioni ausiliarie su numeri (da non definirsi) e/o passare parametri ausiliari alle funzioni.

3 (3 punti). Dimostrare in teoria assiomatica degli insiemi che

$$\forall A \forall B \forall C (A \cap (B \cup C) \subseteq (A \cap B) \cup (A \cap C))$$

4 (1 punto). Dare la definizione di insieme funzionalmente completo di connettivi.

5 (1 punto). Scrivere le leggi di De Morgan per la congiunzione e la disgiunzione.

6 (1 punto). Dare la definizione di grammatica ambigua.

7 (6 punti). Considerare le formule della logica proposizionale ristrette al frammento $F ::= A \mid B \mid \dots \mid \perp \mid F \vee F$. Dimostrare, per induzione strutturale su F , che $F \Vdash \perp$ sse $F[\top/A] \Vdash \perp$.

8 (7 punti). Si consideri il seguente ragionamento:

Se non passa la riforma della legittima difesa allora gli elettori leghisti si ribellano ma il livello reale di insicurezza resta lo stesso. Tuttavia se il livello reale di insicurezza resta lo stesso allora il livello percepito aumenta o gli elettori leghisti non si ribellano. Quindi o passa la riforma della legittima difesa o il livello percepito di insicurezza aumenta.

Verificare la correttezza del ragionamento utilizzando la deduzione naturale per la logica proposizionale. Preferire una prova intuizionista se possibile.

9 (2 punti). Effettuare la seguente sostituzione minimizzando il numero di cambi di nome alle variabili.

$$(\Sigma_{z=0}^{z^2} \int_z^y j \, dj) \{j + z/y\}$$

10 (3 punti). Dimostrare il seguente teorema usando la deduzione naturale al prim'ordine, preferendo una prova intuizionista a una classica ove possibile:

$$\exists y. \forall x. g(x) \leq g(y) \vdash \forall y. \exists x. g(g(y)) \leq x$$