

Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Informatica
Esercitazione scritta di LOGICA PER L'INFORMATICA
12/07/2017

- 1 (1 punto). Dare la sintassi per le formule della logica proposizionale.
- 2 (8 punti). Considerare le formule della logica proposizionale ristrette a congiunzioni e a variabili proposizionali. Scrivere, per ricorsione strutturale, una funzione $l(F)$ che restituisca la formula ottenuta da F ri-associando a sinistra tutte le congiunzioni. Non utilizzare strutture dati aggiuntive.
Esempio: $l((A \wedge (B \wedge C)) \wedge (C \wedge (D \wedge A))) = (((A \wedge B) \wedge C) \wedge D) \wedge A$.
Suggerimento: potete usare altre funzioni anch'esse definite per ricorsione strutturale.
- 3 (1 punto). Formalizzare in logica del prim'ordine la frase "esistono esattamente due elementi che hanno la proprietà P ".
- 4 (1 punto). Dare una formula logicamente equivalente in logica classica a $\neg((\forall x.P(x)) \Rightarrow \exists y.Q(y))$ dove non venga utilizzata l'implicazione e nella quale tutte le negazioni abbiano come argomenti solamente formule atomiche. (Suggerimento: usare le equivalenze logiche notevoli viste a lezione)
- 5 (1 punto). Enunciare il teorema di compattezza per la logica proposizionale classica.
- 6 (1 punto). Quando un insieme di connettivi A è riducibile a un altro insieme B ?
- 7 (5 punti). Considerare le formule della logica proposizionale ristrette a congiunzioni, implicazioni e alle variabili proposizionali A . Dimostrare, per induzione su F , che o F è tautologica, oppure F è logicamente equivalente ad A .
- 8 (8 punti). Si consideri il seguente ragionamento:
 - (a) se il flusso di migranti continua allora il sistema pensionistico non collassa o il sistema di accoglienza collassa
 - (b) se non è vero che riceviamo aiuti e il flusso continua allora il sistema pensionistico collassa
 - (c) se non si chiudono le frontiere allora il flusso non si arresta
 - (d) quindi o riceviamo aiuti, o il sistema di accoglienza collassa, o si chiudono le frontiere

Verificare la correttezza del ragionamento utilizzando la deduzione naturale per la logica proposizionale. Preferire una prova intuizionista se possibile.

- 9 (2 punti). Nel seguente frammento di programma C++ fare l'inlining della funzione `f` in `main` (ovvero, espandere il codice della `f` nel corpo del `main` per evitare il costo associato alla chiamata di funzione), minimizzando il numero di cambi di nome alle variabili e non alterando la semantica del programma. Non introdurre altre ottimizzazioni.

```
...

int f(int a, int c) {
    return (a*b - c*d);
}

int main() {
    int a = 0;
    int b = 1;
    return (f(a,b) < f(a,c));
}
```

- 10 (3 punti). Dimostrare il seguente teorema usando la deduzione naturale al prim'ordine, preferendo una prova intuizionista a una classica ove possibile:

$$\exists x.\forall y.(P(y) \Rightarrow Q(y, f(x))) \vdash \forall x.\exists y.(P(x) \Rightarrow Q(x, y))$$