

# Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Informatica  
Esercitazione scritta di LOGICA PER L'INFORMATICA  
13/01/2017

- 1 (1 punto). Dare la sintassi per le formule della logica proposizionale.
- 2 (5 punti). Scrivere una funzione  $n(F)$  per ricorsione strutturale su  $F$  che restituisca la formula ottenuta a partire dalla  $F$  applicando il più possibile la regola di semplificazione  $F \wedge F \equiv F$ .

Esempi:

- $g((A \wedge B) \vee (A \wedge A)) = (A \wedge B) \vee A$
- $g((A \wedge A) \wedge (A \wedge A)) = A$

- 3 (1 punto). Enunciare il teorema di deduzione semantica.
- 4 (1 punto). Dimostrare che una tabella di verità per un connettivo  $n$ -ario ha esattamente  $2^n$  righe.
- 5 (1 punto). Enunciare il teorema di compattezza per la logica proposizionale classica.
- 6 (1 punto). Dimostrare il teorema di correttezza per la logica proposizionale classica, assumendo che tutti i connettivi siano localmente corretti.
- 7 (8 punti). Sia  $\mathcal{P}_1$  il frammento della logica proposizionale comprendente solamente variabili,  $\perp$ , negazioni e congiunzioni, e sia  $\mathcal{P}_2$  il frammento comprendente solamente variabili,  $\top$ , negazioni e disgiunzioni. Per ogni  $F$ , formula di  $\mathcal{P}_1$ , dimostrare, per induzione strutturale su  $F$ , l'esistenza di una formula  $G$  di  $\mathcal{P}_2$  logicamente equivalente a  $F$ .

Suggerimento: è possibile utilizzare nella dimostrazione equivalenze logiche notevoli (tipo  $A \vee A \equiv A$ ).

- 8 (8 punti). Si consideri il seguente ragionamento:

Se i militanti fossero stati favorevoli e l'Alde li avesse voluti, i 5 stelle avrebbero aderito all'Alde. Per non rimanere fregati, i 5 stelle avrebbero dovuto aderire all'Alde o rimanere nel Ukip e alle stesse condizioni. I militanti sono stati favorevoli, pertanto i 5 stelle a farsi

fregare alla grande. Quindi l'Alde non li ha voluti e, se rimangono nel Ukip, non lo faranno alle stesse condizioni.

Verificare la correttezza del ragionamento utilizzando la deduzione naturale per la logica proposizionale. Preferire una prova intuizionista se possibile.

- 9 (2 punti). Nel seguente frammento di programma C++ fare l'inlining della funzione `f` in `main` (ovvero, espandere il codice della `f` nel corpo del `main` per evitare il costo associato alla chiamata di funzione), minimizzando il numero di cambi di nome alle variabili e non alterando la semantica del programma.

```
...

int f(int z, int y) {
    return (res*z+y*i);
}

int main() {
    for(int i = 0; i < BOUND; i++)
        res = f(res,i);
    return res;
}
```

- 10 (3 punti). Dimostrare il seguente teorema usando la deduzione naturale al prim'ordine, preferendo una prova intuizionista a una classica ove possibile:

$$\neg(\forall x.\exists y.P(x,y)) \Rightarrow \exists x.\forall y.\neg P(x,y)$$