

Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Informatica
Esercitazione scritta di LOGICA PER L'INFORMATICA
08/06/2016

- 1 (1 punto). Dare la sintassi per le formule della logica proposizionale.
- 2 (4 punti). Definire per ricorsione strutturale una funzione $f(F)$ che ritorni *true* se nella formula F ogni congiunzione ha come sottotermini immediati delle disgiunzioni o delle variabili proposizionali, e ogni disgiunzione ha come sottotermini immediati delle congiunzioni o delle variabili proposizionali. Esempi: $f(A \wedge B \vee C) = \text{true}$, $f(A \wedge B \wedge C) = \text{false}$.
- 3 (2 punti). Calcolare il numero di connettivi binari simmetrici, ovvero tali per cui $A \ddagger B \equiv B \ddagger A$ (dove \ddagger è il connettivo).
- 4 (1 punto). Dare la definizione di formula soddisfacibile per la logica proposizionale facendo riferimento alle tabelle di verità.
- 5 (1 punto). Enunciare il teorema di completezza forte per la logica proposizionale classica.
- 6 (1 punto). Dimostrare il teorema di completezza forte assumendo il teorema di completezza debole e il teorema di compattezza.
- 7 (8 punti). Dimostrare, per induzione su F , formula della logica proposizionale ristretta a disgiunzioni, variabili, \top e \perp , che se $\vdash F[\perp/A]$ allora per ogni $G \vdash F[G/A]$.
- 8 (8 punti). Si consideri il seguente ragionamento:
Non vero che Forza Italia ha avuto un buon risultato e Fratelli d'Italia non l'ha avuto. Se Fratelli d'Italia ha avuto un buon risultato, lo stesso vale per la Lega, che era sua alleata. Quindi la Lega ha avuto un buon risultato se lo stesso valso per Forza Italia.
Verificare la correttezza del ragionamento utilizzando la deduzione naturale per la logica proposizionale. Preferire una prova intuizionista se possibile.
- 9 (1 punto). Dare due esempi di formule che siano tautologie per la logica classica, ma non per la logica intuizionista.
- 10 (3 punti). Si consideri la seguente teoria del prim'ordine:
1) $\forall x, \exists y, s(x, y)$

- 2) $\forall x, y, z, s(x, y) \wedge s(x, z) \Rightarrow y = z$
3) $\forall x, \exists y, z, \neg(x = y) \wedge s(x, z) \wedge s(y, z)$

Per ognuno dei tre seguenti vincoli, fornire un modello della teoria che rispetti tale vincoli, oppure dimostrare che un tale modello non esiste.

- A) il dominio sia l'insieme dei booleani
B) $\forall y, \exists x, s(x, y)$
C) $\neg(\forall y, \exists x, s(x, y))$

11 (2 punti). Calcolare il risultato della sostituzione

$$(\forall y. \exists z. y * z \leq x) \left[\left(\frac{\partial(z + y + w)}{\partial y} \right) / x \right]$$

minimizzando il numero di cambi di nome delle variabili legate.