Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Scienze dell'Informazione
Esercitazione scritta di LOGICA
(esempio)

- Si consideri la seguente sentenza:

  (a) Se Carlo è americano e Giovanni non è francese, allora Elena è tedesca. (b) Se Elena è tedesca, allora Lucia è spagnola oppure Giovanni è francese. (c) Se Lucia non è spagnola allora Carlo è americano. (d) Giovanni non è francese. Dunque, (e) Lucia è spagnola.

  1. La si formalizzi in logica proposizionale e se ne verifichi la correttezza.
  2. In base alle ipotesi (a,b,c,d), è possibile stabilire se Carlo è americano? (si motivi la risposta).
  3. Si dimostri la sentenza precedente utilizzando la Deduzione Naturale (cioè si dia una dimostrazione di $a, b, c, d \vdash e$).
  4. Si dimostri $a, b, c, d \vdash e$ utilizzando il Calcolo dei Sequenti.

- Si definisca il connettivo @ duale del connettivo di implicazione $\rightarrow$, dandone la tabella di verità.

  1. Si esprima @ in funzione di $\{\neg, \wedge\}$.
  2. Si estenda la funzione di dualità $(\ )^*$ a formule composte anche dai connetivi @ e $\rightarrow$, e si dimostri che per ogni P, $v(P^*) = 1 - v(P)$ (si considerino solo i nuovi casi).

- Sia A una qualunque formula del prim'ordine e B una formula in cui non compare libera x. Si mostri che:

1. $\models (B \to A)$ implica $\models (B \to \forall x A)$;
2. $\models (A \to B)$ implica $\models (\exists x A \to B)$;
3. le asserzioni precedenti possono non essere vere nel caso in cui x sia libera in B (si diano dei controesempi);
4. i sequenti
$$B \to A \vdash B \to \forall x A$$
e
$$A \to B \vdash \exists x A \to B$$
sono dimostrabili nel Calcolo de Sequenti, mettendo in evidenza dove si usa l'ipotesi che x non appaia libera in B.

N.B. Le dimostrazioni dei punti 1. e 2. devono essere svolte per via puramente semantica.