Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Scienze dell'Informazione
Esercitazione scritta di LOGICA
(esempio)

- Si consideri la seguente sentenza:

  (a) Se Carlo è biondo e Giovanni è calvo, allora Elena è rossa. (b) Se Lucia non è bruna, allora Elena è rossa oppure Carlo è biondo. (c) Giovanni è calvo oppure Lucia è bruna. (d) Lucia non è bruna. Dunque, (e) Elena è rossa.

  1. La si formalizzi in logica proposizionale e se ne verifichi la correttezza.
  2. In base alle ipotesi (a,b,c,d), è possibile stabilire se Carlo è biondo? (si motivi la risposta).
  3. Si dimostri la sentenza precedente utilizzando la Deduzione Naturale (cioè si dia una dimostrazione di $a, b, c, d \vdash e$).
  4. Si dimostri $a, b, c, d \vdash e$ utilizzando il Calcolo dei Sequenti.

- Si consideri il connettivo di doppia implicazione definito nel modo seguente $A \leftrightarrow B \equiv (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$.

  1. Si aggiungano alla deduzione naturale delle regole per questo connettivo. Si dimostri che $\vdash A \leftrightarrow B$ è derivabile nel sistema così ottenuto se e solo se $\vdash (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$ lo era in quello originario.
  2. si faccia lo stesso esercizio per il Calcolo dei Sequenti.

- Si consideri l'insieme Γ delle seguenti formule del prim'ordine:

$$\forall x \neg R(x, x)$$

$$\forall x \forall y \forall z (R(x, y) \wedge R(y, z) \rightarrow R(x, z))$$

$$\forall x \exists y R(x, y)$$

  Si dimostri che:

  1. Γ è soddisfacibile (si definisca esplicitamente un modello per Γ);
  2. Γ non ammette modelli con dominio finito.

- Si consideri la seguente formula del prim'ordine:

$$\exists x \exists y (A(x, y) \rightarrow \forall y A(e, y))$$

  (esistono due persone x e y tali che se x ama y, elena è di alquanto facili costumi).
  Se ne dimostri la verità:

  1. per via semantica, i.e. dimostrando che la formula è vera in ogni modello.
  2. per via sintattica, fornendo una derivazione in Deduzione Naturale oppure nel Calcolo dei Sequenti (a vostra scelta).