Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Scienze dell'Informazione
Esercitazione scritta di LOGICA
(5 luglio 1996)

- Si consideri il seguente ragionamento:
  (a) Se Franco ha la varicella e Giorgio non ha l'influenza allora Elena ha gli orecchioni. (b) Se Elena ha gli orecchioni allora Giorgio ha l'influenza oppure Lucia non sta bene. (c) Se Lucia sta bene allora Franco ha la varicella. (d) Lucia sta bene.
  Dunque, (e) Elena ha gli orecchioni.

  1. Lo si formalizzi in logica proposizionale e se ne verifichi la correttezza utilizzando tabelle di verità.
  2. Si fornisca una funzione di valutazione v che soddisfa (a, b, c, d), ma tale per cui l'asserzione "Giorgio ha l'influenza" risulta falsa.
  3. Si dimostri la sentenza originale utilizzando la Deduzione Naturale (cioè si dia una dimostrazione di $a, b, c, d \vdash e$).
  4. Si dimostri $a, b, c, d \vdash e$ utilizzando il Calcolo dei Sequenti.
  5. Si esprima $a \wedge b$ utilizzando solo i connettivi di disgiunzione e negazione.

- Si consideri la seguente frase:

  > "Il barbiere rade tutti e solo coloro che non si radono da soli"

  1. La si formalizzi in logica proposizionale utilizzando un simbolo predicativo binario $R(x, y)$ per esprimere che x rade y, ed un termine costante b per rappresentare il barbiere (per es. $R(b, b)$ esprime che il barbiere rade se stesso).
  2. Si dimostri in modo discorsivo l'inconsistenza della frase suddetta.

3. Si dimostri in modo *formale* l'inconsistenza della frase, utilizzando il calcolo dei sequenti.

- Si considerino le seguenti formule del prim'ordine:

  1. $(a)\ \forall x \exists y(A(x) \rightarrow B(y)) \rightarrow \exists y B(y)$
  2. $(b)\ \exists y \forall x(A(x) \rightarrow B(y)) \rightarrow \forall x(A(x) \rightarrow \exists y B(y))$
  3. $(c)\ \exists y(\forall x A(x) \rightarrow B(y)) \rightarrow \exists x \neg A(x) \vee \exists y B(y)$

  Per ciascuna di esse si dica se si tratta o meno di una tautologia. In caso affermativo la si dimostri; in caso negativo, si fornisca una interpretazione che non è un modello della formula.