

Tempo a disposizione: ore 2:00.

1. Si dimostri usando il calcolo della deduzione naturale la seguente conseguenza logica:

$$\exists x A(x) \wedge \forall x (A(x) \rightarrow A(f(x))) \wedge \forall x (A(x) \rightarrow A(g(x))) \models \exists x A(f(g(x)))$$

2. Si dimostri per risoluzione la seguente conseguenza logica:

$$\forall x [A(x) \rightarrow \exists y R(x, f(y))], \forall x \forall y [R(x, y) \rightarrow R(x, f(y))], A(\mathbf{c}) \models \exists x \exists y R(x, f(f(y)))$$

3. La formula seguente è valida, soddisfacibile, oppure contraddittoria?

$$P = [\exists x A(x, x) \wedge \forall x \forall y (A(x, y) \rightarrow A(x, f(x)))] \rightarrow \exists x A(f(x), x).$$

Se P è valida se ne fornisca una dimostrazione nel sistema formale preferito. Se è contraddittoria si dimostri la formula $\neg P$. Se è soddisfacibile senza essere valida, si forniscano sia un'interpretazione in cui P è vera che una in cui P è falsa.

4. Si stabilisca la validità della seguente formula usando a scelta uno dei seguenti metodi: (i) deduzione naturale; (ii) risoluzione; (iii) equivalenze semantiche del Teorema 1.25.

$$\neg(A \rightarrow B) \wedge \neg\neg C \rightarrow (\neg(\neg A \vee B \vee C) \rightarrow \perp)$$

5. Si dimostri la seguente formula nel calcolo della deduzione naturale:

$$\neg\neg\forall x A(x) \rightarrow \forall x \neg\neg A(x)$$

Tempo a disposizione: ore 2:00.

1. Si dimostri usando il calcolo della deduzione naturale la seguente conseguenza logica:

$$\exists x A(x) \wedge \forall x (A(x) \rightarrow A(f(x))) \wedge \forall x (A(x) \rightarrow A(g(x))) \models \exists x A(f(g(x)))$$

2. Si dimostri per risoluzione la seguente conseguenza logica:

$$\forall x [A(x) \rightarrow \exists y R(x, f(y))], \forall x \forall y [R(x, y) \rightarrow R(x, f(y))], A(\mathbf{c}) \models \exists x \exists y R(x, f(f(y)))$$

3. La formula seguente è valida, soddisfacibile, oppure contraddittoria?

$$P = [\exists x A(x, x) \wedge \forall x \forall y (A(x, y) \rightarrow A(x, f(x)))] \rightarrow \exists x A(f(x), x).$$

Se P è valida se ne forniscano una dimostrazione nel sistema formale preferito. Se è contraddittoria si dimostri la formula $\neg P$. Se è soddisfacibile senza essere valida, si forniscano sia un'interpretazione in cui P è vera che una in cui P è falsa.

4. Si stabilisca la validità della seguente formula usando a scelta uno dei seguenti metodi: (i) deduzione naturale; (ii) risoluzione; (iii) equivalenze semantiche del Teorema 1.25.

$$\neg(A \rightarrow B) \wedge \neg\neg C \rightarrow (\neg(\neg A \vee B \vee C) \rightarrow \perp)$$

5. Si dimostri la seguente formula nel calcolo della deduzione naturale:

$$\neg\neg\forall x A(x) \rightarrow \forall x \neg\neg A(x)$$