

Tempo a disposizione: ore 2:00.

Si scriva in *calligrafia* (dal greco: kalos=bello e graphe=scrittura) o il compito non sarà valutato. Scrivere la soluzione degli esercizi (1, 3) e (2,4) su fogli distinti.

1. Si dimostri usando il calcolo della deduzione naturale che la formula seguente è valida:

$$\forall z[(\neg A(z) \vee B(z)) \rightarrow (A(z) \rightarrow B(z))]$$

2. Si dimostri per risoluzione che

$$\forall x \exists z \forall y [(B(z) \rightarrow A(y)) \wedge (C(z) \rightarrow D(x)) \wedge B(z) \wedge \neg D(x)] \models \exists x (A(x) \wedge B(x) \wedge \neg C(x) \wedge \neg D(x))$$

3. Determinare una forma di Skolem per la formula:

$$[(\exists x \forall y B(x, y)) \rightarrow (\forall z \exists y B(y, z))] \rightarrow \exists z \forall w A(w, z)$$

4. La formula seguente è valida, soddisfacibile, oppure contraddittoria?

$$P = [\forall x A(x) \rightarrow \exists x B(x)] \rightarrow \forall x (A(x) \rightarrow B(x))$$

Se  $P$  è valida se ne fornisca una dimostrazione nel sistema formale preferito. Se è contraddittoria si dimostri la formula  $\neg P$ . Se è soddisfacibile senza essere valida, si forniscano sia un'interpretazione in cui  $P$  è vera che una in cui  $P$  è falsa.

Tempo a disposizione: ore 2:00.

Si scriva in *calligrafia* (dal greco: kalos=bello e graphe=scrittura) o il compito non sarà valutato. Scrivere la soluzione degli esercizi (1, 3) e (2,4) su fogli distinti.

1. Si dimostri usando il calcolo della deduzione naturale che la formula seguente è valida:

$$\forall z[(\neg A(z) \vee B(z)) \rightarrow (A(z) \rightarrow B(z))]$$

2. Si dimostri per risoluzione che

$$\forall x \exists z \forall y [(B(z) \rightarrow A(y)) \wedge (C(z) \rightarrow D(x)) \wedge B(z) \wedge \neg D(x)] \models \exists x (A(x) \wedge B(x) \wedge \neg C(x) \wedge \neg D(x))$$

3. Determinare una forma di Skolem per la formula:

$$[(\exists x \forall y B(x, y)) \rightarrow (\forall z \exists y B(y, z))] \rightarrow \exists z \forall w A(w, z)$$

4. La formula seguente è valida, soddisfacibile, oppure contraddittoria?

$$P = [\forall x A(x) \rightarrow \exists x B(x)] \rightarrow \forall x (A(x) \rightarrow B(x))$$

Se  $P$  è valida se ne forniscano una dimostrazione nel sistema formale preferito. Se è contraddittoria si dimostri la formula  $\neg P$ . Se è soddisfacibile senza essere valida, si forniscano sia un'interpretazione in cui  $P$  è vera che una in cui  $P$  è falsa.