

Tempo a disposizione: ore 2:00.

Si scriva in *calligrafia* (dal greco: kalos=bello e graphe=scrittura) o il compito non sarà valutato.

1. Si dimostri usando il calcolo della deduzione naturale che la formula seguente è valida:

$$[\forall x\forall yA(x, y)] \rightarrow [\neg\forall x\neg A(x, x)]$$

2. Si dimostri per risoluzione che

$$\forall x(A(x) \rightarrow C(x)) \wedge \forall x(B(x) \rightarrow C(\mathbf{f}(x))) \wedge \exists x(A(x) \vee B(x)) \models \exists xC(x).$$

3. Determinare una forma di Skolem per la formula:

$$[(\forall x\forall yA(x, y)) \rightarrow (\forall z\exists yA(y, z))] \wedge \forall z\exists wB(w, z)$$

4. La formula seguente è valida, soddisfacibile, oppure contraddittoria?

$$P = [\exists xA(x) \rightarrow \exists xB(x)] \rightarrow \exists x(A(x) \wedge B(x))$$

Se P è valida se ne fornisca una dimostrazione nel sistema formale preferito. Se è contraddittoria si dimostri la formula $\neg P$. Se è soddisfacibile senza essere valida, si forniscano sia un'interpretazione in cui P è vera che una in cui P è falsa.

Tempo a disposizione: ore 2:00.

Si scriva in *calligrafia* (dal greco: kalos=bello e graphe=scrittura) o il compito non sarà valutato.

1. Si dimostri usando il calcolo della deduzione naturale che la formula seguente è valida:

$$[\forall x\forall yA(x, y)] \rightarrow [\neg\forall x\neg A(x, x)]$$

2. Si dimostri per risoluzione che

$$\forall x(A(x) \rightarrow C(x)) \wedge \forall x(B(x) \rightarrow C(\mathbf{f}(x))) \wedge \exists x(A(x) \vee B(x)) \wedge \models \exists xC(x).$$

3. Determinare una forma di Skolem per la formula:

$$[(\forall x\forall yA(x, y)) \rightarrow (\forall z\exists yA(y, z))] \wedge \forall z\exists wB(w, z)$$

4. La formula seguente è valida, soddisfacibile, oppure contraddittoria?

$$P = [\exists xA(x) \rightarrow \exists xB(x)] \rightarrow \exists x(A(x) \wedge B(x))$$

Se P è valida se ne forniscano una dimostrazione nel sistema formale preferito. Se è contraddittoria si dimostri la formula $\neg P$. Se è soddisfacibile senza essere valida, si forniscano sia un'interpretazione in cui P è vera che una in cui P è falsa.