Corso di Logica Matematica[M-Z]
Prova scritta del 3 giugno 2003

Tempo a disposizione: ore 2:00.
Si scriva in *calligrafia* (dal greco: kalos=bello e graphe=scrittura) o il compito non sarà valutato.

1. Si dimostri usando il calcolo della deduzione naturale che la formula seguente è valida:

$$(A \to B) \to (\neg\neg A \to \neg\neg B).$$

2. Si dimostri per risoluzione che:

$$\forall x \forall y[B(x) \wedge \neg A(y,y) \to A(x,y)], \forall y[A(y,y) \to \neg\exists x(B(x) \wedge A(x,y))] \models \neg\exists B(x).$$

3. Si trasformi in forma normale di Skolem la formula:

$$[\forall x \exists y A(x,y) \to \exists x \neg\exists y B(x,y)] \wedge \neg\exists x \forall y B(y,x).$$

4. Vale la seguente conseguenza logica?

$$\forall x(A(x) \to B(x)) \models \exists x(A(x) \wedge \neg B(x)).$$

   In caso positivo darne una dimostrazione nel sistema formale preferito. In caso contrario mostrarne un contromodello.

5. Descrivere tutti i modelli della formula

$$\forall x \exists y(x \neq y \wedge x < y)$$

   assumendo che $\neq$ e $<$ abbiano sempre il loro significato standard (cioè $\neq$ è sempre interpretato con "diverso" e $<$ con "minore di" in una relazione di ordine parziale).

Corso di Logica Matematica[M-Z]
Prova scritta del 3 giugno 2003

Tempo a disposizione: ore 2:00.
Si scriva in *calligrafia* (dal greco: kalos=bello e graphe=scrittura) o il compito non sarà valutato.

1. Si dimostri usando il calcolo della deduzione naturale che la formula seguente è valida:

$$(A \to B) \to (\neg\neg A \to \neg\neg B).$$

2. Si dimostri per risoluzione che:

$$\forall x \forall y[B(x) \wedge \neg A(y,y) \to A(x,y)], (\forall y A(y,y)) \to \neg\exists x(B(x) \wedge A(x,y)) \models \neg\exists B(x).$$

3. Si trasformi in forma normale di Skolem la formula:

$$[\forall x \exists y A(x,y) \to \exists x \neg\exists y B(x,y)] \wedge \neg\exists x \forall y B(y,x).$$

4. Vale la seguente conseguenza logica?

$$\forall x(A(x) \to B(x)) \models \exists x(A(x) \wedge \neg B(x)).$$

   In caso positivo darne una dimostrazione nel sistema formale preferito. In caso contrario mostrarne un contromodello.

5. Descrivere tutti i modelli della formula

$$\forall x \exists y(x \neq y \wedge x < y)$$

   assumendo che $\neq$ e $<$ abbiano sempre il loro significato standard (cioè $\neq$ è sempre interpretato con "diverso" e $<$ con "minore di" in una relazione di ordine parziale).