

Algoritmi e Strutture Dati

Traccia della soluzione dell'esercizio 1.

$T(n) \geq n$ semplicemente perché $T(n) = 100 T(\frac{n}{400}) + 2 T(\frac{n}{800}) + 1000n \geq n$

Supponiamo adesso che $\forall m < n$ valga $T(m) \leq c n$, abbiamo

$T(n) = 100 T(\frac{n}{400}) + 2 T(\frac{n}{800}) + 1000n$ che per ipotesi induttiva è minore o uguale di $100c(\frac{n}{400}) + 2c(\frac{n}{800}) + 1000n$ che (semplificando) è uguale a $\frac{cn}{4} + \frac{cn}{400} + 1000n$ che è minore o uguale di cn per $c \geq \frac{400000}{299}$.

Quindi $T(n) = \Theta(n)$

Traccia della soluzione dell'esercizio 2.

L'esercizio in questione può essere risolto in molti modi diversi. Qui di seguito riportiamo una possibile soluzione.

Coloring(G)

- 1 **while** esistono nodi non ancora colorati
- 2 scegli un nodo u non ancora colorato
- 3 se possibile, assegna a u un colore già assegnato
- 4 altrimenti assegna a u un colore nuovo

Il costo computazionale di *Coloring* è evidentemente polinomiale...

Controesempio: sia $G = (\{1, 2, 3, 4, 5\}, \{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 5), (4, 5)\})$

colorazione prodotta dall'algoritmo non ottima:

nodo 1 → *colore A*

nodo 2 → *colore B*

nodo 3 → *colore C* fino a qui la scelta dei colori è obbligata

nodo 4 → *colore A* scelgo un colore ammissibile già assegnato (scelta greedy sbagliata)

nodo 5 → *colore D* serve un quarto colore !

colorazione ottima:

nodo 1 → *colore A*

nodo 2 → *colore B*

nodo 3 → *colore C* fino a qui la scelta dei colori è obbligata

nodo 4 → *colore C* scelgo un colore ammissibile già assegnato

nodo 5 → *colore A* 3 colori invece di 4 !

Traccia Soluzione esercizio 3 Un numero compreso tra 0 e $n^{78} - 1$ ha al massimo un numero di cifre 78 volte superiore al numero di cifre di un numero compreso tra 0 e $n - 1$. Ogni numero compreso tra 0 e $n^{78} - 1$ può quindi essere visto come un numero di 78 cifre in base n . A questo punto applichiamo il radix sort sulle 78 cifre in base n . Su ogni singola colonna di cifre applichiamo il counting sort (le cifre sono comprese tra 0 e $n - 1$) ed è fatta !!!