

Laurea in “Informatica”

Corso di “Algoritmi”

19 Gennaio 2011

1. Tempo disponibile 180 minuti. È ammesso ritirarsi entro 90 minuti.
2. Sono ammessi al più 3 scritti consegnati per l'A.A. 2009/10 (Giugno 2010-Febbraio 2011)
3. Non è possibile consultare appunti, libri o persone, né uscire dall'aula.
4. Le soluzioni degli esercizi devono:
 - a. spiegare a parole l'algoritmo usato (anche con eventuali disegni)
 - b. commentare l'eventuale procedura Pascal (dettagliando il significato delle variabili)
 - c. giustificare la correttezza e tutti i passaggi matematici
 - d. dimostrare la complessità (con equazioni di ricorrenza se necessario)

1. Dato un albero binario T , si definisce *altezza minimale* di un nodo v la minima distanza di v da una delle foglie del suo sottoalbero. Si scriva una procedura Pascal efficiente, che riceve in input un nodo v e restituisce la sua altezza minimale, e se ne analizzi la complessità.

2. Si scriva la procedura Pascal *Breadth-First-Search (BFS)* vista a lezione. Si esegua la procedura BFS sul grafo *non orientato* $G = (N, A)$, $N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{[1,2], [1,3], [1,5], [2,5], [3,4], [3,5]\}$ a partire dal nodo 1, assumendo che i vettori di adiacenza siano ordinati in modo *crescente* e mostrando il contenuto dei vettori di adiacenza.

3. Per la soluzione di un problema, vi è stato proposto di scegliere tra un algoritmo iterativo che ha complessità $O(n^2)$ e un algoritmo ricorsivo che ha complessità $T(n) = kT(n/4) + 2$, per $n > 1$. Quale algoritmo preferite? Motivate la risposta.

4. Data una sequenza di interi, la *moda* è il valore che compare più spesso (nel caso di più valori che possano essere definiti come moda, si considera il valore numericamente più alto). Per esempio, nella sequenza: 1 2 7 12 3 6 7 18 28 11 28 11 12 12 14 3 5 8 9 2 38 28, la moda è 28. Scrivere un algoritmo efficiente per trovare la moda di una sequenza memorizzata in un vettore.

5. Dato un grafo orientato di n nodi, un *pozzo universale* è un nodo v dal quale non esce alcun arco e nel quale entra un arco proveniente da ogni altro nodo diverso da v . Si progetti un algoritmo che, data una rappresentazione del grafo con matrice di adiacenza nodi-nodi, determini in tempo $O(n)$ se il grafo contiene un pozzo universale.

6. Dato un insieme A di interi, si vuole decidere se esiste un sottoinsieme non vuoto S di A tale che la somma degli elementi di S sia uguale al doppio della cardinalità di S . Si scriva una procedura Pascal non deterministica di complessità polinomiale.