

# **Generatori di numeri pseudocasuali non uniformi**

## **Metodi di generazione:**

**Trasformazione inversa**

**Composizione**

**Reiezione**

**Decomposizione**

**Caratterizzazione**

**Confronto**

**(Stephen S. Lavenberg: Computer Performance Modeling Handbook, Academic Press, 1983)**

## **Trasformazione inverse**

**F(x): funzione di distribuzione strettamente monotona crescente;**

**U è uniformemente distribuita tra 0 ed 1;**

**$x = F^{-1}(U)$  ha distribuzione cumulative F.**

**$F^{-1}$  viene calcolata usando l'espressione esplicita della trasformazione (quando F è invertibile)**

### **Esempi:**

**distribuzione esponenziale:**

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$U = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$e^{-\lambda x} = 1 - U$$

$$x = \ln(1 - U) / \lambda$$

$$x = \ln(U) / \lambda$$

**Distribuzione geometrica:**

$$\text{Prob}(N = k) p^k (1-p)$$

$$N = \lfloor \ln(p) \ln(U) \rfloor$$

**Distribuzione di Bernoulli:**

$$\text{Prob}(X=1) = p ; \text{Prob}(X=0) = 1-p$$

$$X = 1 \text{ se } U \leq p$$

$$\text{oppure } X = 0 \text{ se } U > p$$

**Distribuzione uniforme nell'intervallo [a,b]**

$$F(x) = (x-a)/(b-a)$$

$$F^{-1}(x) = a+(b-a)x$$

**Algoritmo:**

**Generare U distribuito uniformemente tra 0 ed 1;**

$$x = a+(b-a)U$$

## Composizione

Utilizzata quando la V.C. da generare è rappresentata come somma di V.C.

Indipendenti ed identicamente distribuite

$$X = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + \dots + T_n$$

Esempio:

Distribuzione di Erlang

In questo caso  $T_i$  è distribuita esponenzialmente e la densità di probabilità di  $X$  è:

$$f(x) = e^{-\lambda x} \lambda^k x^{k-1} / (k-1)!$$

$$K, \lambda > 0$$

$$x \geq 0$$

Algoritmo:

generare  $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$  da un generatore uniforme tra 0 e 1;

$$X = -\lambda^{-1} \ln (U_1 U_2 U_3 \dots U_n)$$

## Reiezione

**X è una V. C. definita in un intervallo (a,b);**

**f(X) è la densità di probabilità;**

**M è il valore massimo che tale funzione può assumere.**

**- vengono generati due valori dal generatore uniforme:  $U_1$  ,  $U_2$**

$$\mathbf{x = a+(b-a) U_1}$$

$$\mathbf{y = M U_2}$$

**se  $y \leq f(x)$  il valore x viene accettato altrimenti viene rifiutato e si ripete la procedura.**

## Decomposizione

La V.C.  $X$  ha una densità di probabilità del tipo:

$$f(x) = p_1 f_1(x) + p_2 f_2(x) + \dots + p_k f_k(x);$$

$p_i$  sono non negativi e sommano ad uno;

$f_i(x)$  sono densità di probabilità

$$\text{Prob}(Z=j) = p_j$$

**Algoritmo:**

**Generare  $Z$ ;**

**Generare  $X$  con densità di probabilità  $f_z(x)$**

**Esempio:**

$$f(x) = p \lambda e^{-\lambda x} + (1-p) \mu e^{-\mu x}$$