Corso di Logica Matematica

Secondo Parziale
21 Gennaio 2008

Esercizi

1. Si dimostri usando il calcolo della deduzione naturale che la seguente formula è valida:

   $$\neg(\forall x \neg A(f(x)) \wedge \forall x(\neg A(x) \to \exists y B(x, f(y))) \wedge \forall z(\exists x B(x,z) \to A(z)))$$

   Sugg. Nell'albero di derivazione è possibile utilizzare l'abbreviazione: $\neg\exists x P(x) \rhd \forall x \neg P(x)$

2. (Facoltativo) Si dimostri usando il calcolo della deduzione naturale che

   $$\neg\exists x P(x) \vdash \forall x \neg P(x)$$

3. Si traduca in un opportuno linguaggio al prim'ordine la seguente frase:

   "Se non tutti gli studenti sono studiosi e chi non studia non supera l'esame allora qualche studente non supera l'esame."

4. È data la seguente formula:

   $$P = \exists x \forall y(A(x,y) \wedge \neg A(y,x)) \to (A(x,x) \leftrightarrow A(y,y)))$$

   La formula P è valida, soddisfacibile, oppure contraddittoria? Se P è valida se ne fornisca una dimostrazione nel sistema formale preferito. Se è contraddittoria si dimostri la formula $\neg P$. Se è soddisfacibile senza essere valida, si forniscano sia un'interpretazione in cui P è vera che una in cui P è falsa.