

Corso di Logica Matematica - B

10 Dicembre 2007

Regolamento

- Tempo a disposizione: ore 2,30.
- Lo studente dovrà indicare su ogni foglio utilizzato Nome, Cognome e Numero di matricola.
- Tutti i fogli utilizzati devono essere consegnati al termine della prova.
- Non è possibile consultare appunti o libri.

Esercizi

1. Dimostrare per induzione che: $\sum_{i=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.

2. Dimostrare senza l'uso delle tavole di verità la seguente equivalenza:

$$\neg P \wedge \neg Q \equiv \neg(P \vee Q)$$

3. Si dimostri usando il calcolo della deduzione naturale che la seguente formula è valida: $A \rightarrow B, C \rightarrow D \vdash (A \vee C) \rightarrow (B \vee D)$

4. È data la seguente formula:

$$P = \exists x(P(x) \rightarrow Q(x)) \wedge \exists y(Q(y) \rightarrow R(y)) \rightarrow \exists z(P(z) \rightarrow R(z))$$

Si forniscano un'interpretazione in cui P è vera ed una in cui P è falsa.

5. Si trovi la forma normale congiuntiva equivalente alla seguente formula:

$$P = \neg(B \rightarrow (A \vee (C \rightarrow D)))$$

6. Si dimostri la validità della seguente formula:

$$P = \exists x(\neg P(x) \wedge Q(x)) \wedge \forall y(\neg R(y) \rightarrow P(y)) \rightarrow \exists z(R(z) \wedge Q(z))$$