

# Corso di Logica Matematica - A

10 Dicembre 2007

## Regolamento

- Tempo a disposizione: ore 2,30.
- Lo studente dovrà indicare su ogni foglio utilizzato Nome, Cognome e Numero di matricola.
- Tutti i fogli utilizzati devono essere consegnati al termine della prova.
- Non è possibile consultare appunti o libri.

## Esercizi

1. Dimostrare per induzione che:  $\sum_{i=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ .
2. Dimostrare senza l'uso delle tavole di verità la seguente equivalenza:

$$\neg P \vee \neg Q \equiv \neg(P \wedge Q)$$

3. Si dimostri usando il calcolo della deduzione naturale che la seguente formula è valida:  $(A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C) \vdash A \rightarrow (B \vee C)$
4. È data la seguente formula:

$$P = \exists x(P(x) \wedge Q(x)) \wedge \exists y(Q(y) \wedge R(y)) \rightarrow \exists z(P(z) \wedge R(z))$$

Si forniscano un'interpretazione in cui  $P$  è vera ed una in cui  $P$  è falsa.

5. Si trovi la forma normale disgiuntiva equivalente alla seguente formula:

$$P = \neg(B \rightarrow (A \vee (C \rightarrow D)))$$

6. Si dimostri la validità della seguente formula:

$$P = \exists x(P(x) \wedge Q(x)) \wedge \forall y(P(y) \rightarrow R(y)) \rightarrow \exists z(R(z) \wedge Q(z))$$