Esercitazione di Logica Matematica

03 Novembre 2009

Regolamento

- Lo studente dovrà indicare in **alto a sinistra sulla prima pagina** di ogni foglio utilizzato Nome, Cognome, Numero di matricola.
- È possibile consultare appunti o libri.

Esercizi

1. Si dimostri per induzione che in un termine t il numero di parentesi aperte è uguale al numero di parentesi chiuse.

2. Si dimostri l'equivalenza $A \wedge (B \rightarrow \neg C) \equiv (\neg A \rightarrow \neg B) \vee (C \rightarrow A)$ utilizzando la doppia conseguenza logica.
   ($F_1 \equiv F_2$ sse $F_1 \vDash F_2$ e $F_2 \vDash F_1$)

3. Tradurre in un opportuno linguaggio al prim'ordine la seguente frase:
   Tutti i leoni dormono e cacciano e il leone Lillo non dorme.

4. È data la seguente formula
   $$\forall x(\exists y A(x, f(c, y)) \rightarrow B(x))$$
   la si riscriva in linguaggio naturale utilizzando la seguente interpretazione $I = (S, \varphi^S)$.
   Sia $D_S = \mathbb{N}$, $c^S = 2$, $f^S : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ e $f^S(n, m) = n * m$, $A^S = \{(x, y) | x = y\}$ e $B^S = \{x | x \text{ è pari}\}$.
   Stabile inoltre se la formula è soddisfacibile nell'interpretazione I.

5. Sia F una formula proposizionale e siano v_1 e v_2 due valutazioni tali che per ogni atomo A_i di F, $v_2(A_i) = 1 - v_1(A_i)$ (in altre parole se $v_1(A_i) = 0$ allora $v_2(A_i) = 1$, e se $v_1(A_i) = 1$ allora $v_2(A_i) = 0$). Si applichi quindi una trasformazione $inverti()$ alla formula F in modo che tutti gli atomi A_i che compaiono in F vengano sostituiti con la loro negazione $\neg A_i$. Esempio: Se $F = \neg A \vee B \rightarrow C$ allora la formula $inverti(F) = \neg\neg A \vee \neg B \rightarrow \neg C$.
   Si dimostri che $\overline{v_1}(F) = \overline{v_2}(inverti(F))$.