Esercitazione di Logica Matematica

26 Ottobre 2009

Regolamento

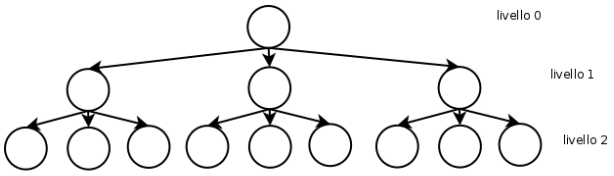
- Lo studente dovrà indicare in **alto a sinistra sulla prima pagina** di ogni foglio utilizzato Nome, Cognome, Numero di matricola.
- È possibile consultare appunti o libri.

Esercizi

1. Si dimostri per induzione che dato un albero ternario completo il numero di nodi al livello n è 3^n.

   Sugg. Un albero completo è un foglia (albero con altezza 0) oppure un nodo che ha 3 figli (anch'essi alberi tutti e 3 della stessa altezza) in questo caso l'albero ha altezza 1 + l'altezza dei figli.

   Esempio:



   Albero ternario completo di altezza 2

2. Si dimostri costruendo la tavola di verità che vale la seguente equivalenza

$$(A \to B) \vee \neg C \equiv (A \wedge C) \to B$$

   Stabilire inoltre se la formula $(A \to B) \vee \neg C$ è soddisfacibile, insoddisfacibile o se si tratta di una tautologia.

3. Si dimostri l'equivalenza dell'esercizio precedente utilizzando la doppia conseguenza logica. ($F_1 \equiv F_2$ sse $F_1 \vDash F_2$ e $F_2 \vDash F_1$)

4. Tradurre in un opportuno linguaggio proposizionale le seguenti frasi: *Al massimo una persona fra Luigi e Antonio va al cinema*

   Esempio: Se dovessi tradurre la frase *Vinceremo la partita se Pietro diventerà portiere* ho bisogno di due proposizioni atomiche:
   P = *Pietro diventerà portiere* e V = *Vinceremo la partita.*
   La frase tradotta diventa quindi $P \to V$.

5. Utilizzando le equivalenze logiche viste a lezione trasformare la formula $(A \to B) \to C$ in $(A \vee C) \wedge (B \to C)$.