

Esame di Logica Matematica

24 Aprile 2009

Regolamento

- Tempo a disposizione: ore 2,00.
- Lo studente dovrà indicare in **alto a sinistra sulla prima pagina** di ogni foglio utilizzato Nome, Cognome, Numero di matricola ed e-mail.
- Tutti i fogli utilizzati devono essere consegnati al termine della prova.
- Non è possibile consultare appunti o libri.

Esercizi

1. Si dimostri usando il calcolo della deduzione naturale che vale la seguente conseguenza logica:

$$\forall x((A(x) \rightarrow B(f(x))), \exists y \neg B(f(y))) \vDash \exists y \neg A(y)$$

2. Si dimostri usando il metodo di risoluzione che vale la conseguenza logica dell'esercizio precedente.
3. Si definisca un modello per la formula:

$$F = \forall x P(x, f(x)) \wedge \forall y \neg P(y, y) \wedge \forall u \forall v \forall w ((P(u, v) \wedge P(v, w)) \rightarrow P(u, w))$$

4. Si dia la definizione di conseguenza logica per la logica al prim'ordine. Si dimostri, quindi, che $P \wedge Q \vDash R$ se e solo se $P \vDash R$ e $Q \vDash R$
5. Si dia la definizione di termine e si dimostri che se t è un termine tale che $FV(t) = \{y_1, \dots, y_n\}$ ($FV(t)$ = variabili libere del termine t), \mathcal{A} è una struttura, e per tutti gli ambienti $\varphi_1^{\mathcal{A}}, \varphi_2^{\mathcal{A}}$ tali che $\varphi_1^{\mathcal{A}}(y_i) = \varphi_2^{\mathcal{A}}(y_i)$, per ogni $i \in [1..n]$ allora $\llbracket t \rrbracket_{\varphi_1}^{\mathcal{A}} = \llbracket t \rrbracket_{\varphi_2}^{\mathcal{A}}$.