

Esame di Logica Matematica

19 Gennaio 2009

Regolamento

- Tempo a disposizione: ore 3,00.
- Lo studente dovrà indicare in **alto a sinistra sulla prima pagina** di ogni foglio utilizzato Nome, Cognome, Numero di matricola ed e-mail.

Esercizi

1. Si dimostri usando il calcolo della deduzione naturale che vale la seguente conseguenza logica:

$$\neg\exists x(A(x) \wedge B(x)) \wedge \exists x(A(x) \wedge C(x)) \vdash \exists x(C(x) \wedge \neg B(x))$$

2. Si dimostri usando il metodo di risoluzione vale la conseguenza logica dell'esercizio precedente.
3. Le frasi

(a) $\neg(\exists xA(x) \vee \exists x\neg B(x))$

(b) $\forall x(A(x) \rightarrow B(x))$

sono equivalenti? Giustificare la risposta.

4. Dato il linguaggio al prim'ordine contenente il simbolo di costante 0, il simbolo di funzione * e succ ed il predicato = interpretato come uguaglianza. Si dia un'opportuna traduzione della seguente frase:

Tutti i numeri che non sono multipli di 2 sono dispari

N.B. Eventuali nuovi predicati devono essere definiti secondo il linguaggio fornito

5. Si dimostri che data F formula ben formata della logica proposizionale e A_F insieme delle proposizioni atomiche che compaiono in F : se v_1 e v_2 sono due valutazioni tali che per ogni $A_i \in A_F$ si ha $v_1(A_i) = v_2(A_i)$ allora $v_1(F) = v_2(F)$.
6. È data la seguente formula:

$$\forall x(A(x) \rightarrow D(f(x))) \wedge \exists xA(x) \rightarrow \exists xD(x)$$

La formula P è valida, soddisfacibile, oppure contraddittoria? Se P è valida se ne fornisca una dimostrazione nel sistema formale preferito. Se è contraddittoria si dimostri la formula $\neg P$. Se è soddisfacibile senza essere valida, si forniscano sia un'interpretazione in cui P è vera che una in cui P è falsa.