

# Esame di Logica Matematica

17 Settembre 2009

## Regolamento

- Lo studente dovrà indicare in **alto a sinistra sulla prima pagina** di ogni foglio utilizzato Nome, Cognome, Numero di matricola.
- Tutti i fogli utilizzati devono essere consegnati al termine della prova.
- Non è possibile consultare appunti o libri.

## Esercizi

1. Dimostrare per Deduzione Naturale E per Risoluzione che si ha:

$$\forall x(A(x) \rightarrow \neg B(x)), \exists x(C(x) \wedge A(x)) \vDash \exists x(C(x) \wedge \neg B(x))$$

2. Ridurre a clausole l'enunciato:

$$(\exists x \exists y A(a, x, y) \rightarrow \exists x B(x)) \rightarrow \exists x \forall y C(f(x), y)$$

3. Determinare tutti i *modelli* dell'enunciato:

$$\forall x(A(x) \rightarrow B(f(x)) \wedge \exists y(B(y) \wedge \forall x(A(x) \rightarrow \neg(f(x) = y)))$$

4. (**Facoltativo.**) Se  $\Gamma$  è un insieme di frasi di un linguaggio del prim'ordine  $L$ , definiamo

$$\Delta(\Gamma) = \{\alpha \in L \mid \Gamma \vDash \alpha\}$$

Dimostrare che quale che sia  $\Gamma$  si ha

$$\Delta(\Delta(\Gamma)) = \Delta(\Gamma)$$