

# Esame di Logica Matematica

9 Settembre 2009

## Regolamento

- Lo studente dovrà indicare in **alto a sinistra sulla prima pagina** di ogni foglio utilizzato Nome, Cognome, Numero di matricola.
- Tutti i fogli utilizzati devono essere consegnati al termine della prova.
- Non è possibile consultare appunti o libri.

## Esercizi

1. Si riduca in clausole la seguente l'enunciato:

$$(\exists x \forall y A(a, x, y) \rightarrow \forall x B(f(x))) \rightarrow \exists y C(y)$$

2. Dimostrare per Deduzione Naturale E per Risoluzione che si ha:

$$\neg \exists x (A(x) \wedge B(x)), \forall x (C(x) \rightarrow B(x)) \models \forall x (A(x) \rightarrow \neg C(x))$$

3. Determinare tutti i *modelli* dell'enunciato:

$$\forall x \exists y (A(x, y) \wedge \forall z (A(x, z) \rightarrow (z = y)))$$

4. (**Facoltativo.**) Siano dati:  $\Gamma$  insieme di frasi di un linguaggio del prim'ordine  $L$  e  $\alpha, \beta \in L$ . Sapendo che  $\Gamma \models \alpha$  e  $\Gamma \cup \{\alpha\} \models \beta$  dimostrare che  $\Gamma \models \beta$ .