Esame di Logica Matematica

16 Luglio 2009

Regolamento

- Tempo a disposizione: ore 1:30.
- Lo studente dovrà indicare in **alto a sinistra sulla prima pagina** di ogni foglio utilizzato Nome, Cognome, Numero di matricola.
- Tutti i fogli utilizzati devono essere consegnati al termine della prova.
- Non è possibile consultare appunti o libri.

Esercizi

1. Si riduca in clausole la seguente formula:

$$\exists x \forall y A(x, f(y)) \to (\forall x B(x) \land \exists y A(a, y)).$$

2. Si dimostri usando il metodo di risoluzione che vale la seguente conseguenza logica:

$$\forall x(A(x) \to \exists y C(x, f(y))), \exists x(A(x) \lor B(x)), \forall x(B(x) \to \forall z(C(z, x) \land C(x, z))) \models \exists x \exists v C(x, v)$$

3. Si dimostri usando il calcolo della deduzione naturale che vale la seguente conseguenza logica:

$$\forall x \exists y \neg(A(x) \lor B(y)) \land \forall z(C(z) \to B(z)) \models \exists x \neg C(x).$$

4. Si consideri la seguente formula su un linguaggio che include due simboli di predicato binari R e $=$:

$$P = \forall x \exists y_1 \exists y_2 (R(x, y_1) \land R(x, y_2) \land y_1 \neq y_2).$$

Nell'ipotesi che il simbolo $\neq$ sia interpretato in modo canonico come la negazione dell'uguaglianza, si diano:

(a) un modello con dominio infinito di P;

(b) un modello con dominio finito di P;

(c) un'interpretazione che falsifica P;

(d) (**Facoltativo**) una traduzione in linguaggio naturale.