

ISTITUZIONI DI LOGICA

a.a. 2006-2007

5 crediti

prof.ssa Giovanna Corsi

Test del 27 Settembre 2007

Cognome, Nome, Corso di Laurea:

1. Quali frasi tra le seguenti rientrano nel dominio di indagine della logica?

- (a) Mozart ha scritto cinque sinfonie
- (b) Se tutti i cavalli corrono veloci allora anche tutte le pecore sono mammiferi
- (c) Esci domani sera?
- (d) Il fumo fa enormemente male alla salute soprattutto di chi lo subisce senza colpa
- (e) Fumare fa male alla salute altrui quindi non fumare!
- (f) Fumare fa male alla salute altrui quindi quando pensi di smettere?
- (g) Qualche cadavere è in avanzato stadio di decomposizione
- (h) Il peso atomico dell'idrogeno è 1 e il ferro è un elemento

Dai una motivazione alla tua scelta.

2. Costruisci l'albero di formazione (l'albero morfologico) dei seguenti enunciati:

(a) $C \rightarrow ((A \vee B) \wedge B)$

(b) $C \rightarrow ((A \vee B) \wedge \neg\neg B)$

3. Quali dei seguenti connettivi sono vero-funzionali e quali invece no?

(a) Se oggi piove domani c'è il Sole

(b) Se oggi piovesse domani ci sarebbe il Sole

(c) Se $2+2=5$ allora la somma degli angoli interni di un triangolo è 180 gradi

(d) Oggi piove e domani c'è il Sole

(e) Vengo a casa e mi metto subito a letto

4. Elenca le seguenti tautologie e regole:

(a) modus ponendo tollens

(b) modus tollendo ponens

(c) modus ponendo ponens

(d) modus tollendo tollens

(e) terzo escluso

(f) non contraddizione

(g) identità

5. Rispondi “VERO” o “FALSO”:

(a) Se B è conseguenza logica di A_1, \dots, A_n allora

- $A_1 \wedge \dots \wedge A_n \rightarrow B$ è una tautologia?
- $\neg A_1 \vee \dots \vee \neg A_n \vee B$ è una contraddizione?
- $A_1 \wedge \dots \wedge A_n \wedge C \rightarrow B$ è una tautologia?

6. Fai la tavola di verità delle seguenti formule, e indica quali sono tautologie:

(a) $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

(b) $A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A \wedge B)$

7. Marco è un ragazzo riservato con pochi amici. I suoi soli amici sono Paolo e Francesca. Sulla base di queste informazioni stabilisci quali delle seguenti formule sono vere, utilizzando il seguente vocabolario:

m := Marco, Axy := x è amico di y

- $\exists x Axm$
- $\exists x \exists y (Axm \wedge Aym)$
- $\exists x \exists y \exists z (Axm \wedge Aym \wedge Azm)$
- $\exists x \exists y \exists z (Axm \wedge Aym \wedge Azm \wedge x \neq y \wedge x \neq z \wedge y \neq z)$
- $\exists x \exists y \exists z (Axm \wedge Aym \wedge Azm \wedge x \neq z \wedge y \neq z)$

8. Formalizza le seguenti asserzioni in un linguaggio del primo ordine contenente i seguenti simboli descrittivi:

Ax := x è animale, Ex := x è elefante, Rx := x è rinoceronte,

Fx := x è formica, Cx := x è cicala, Lx := x è laborioso,

Sx := x è sfaticato, Pxy := x è più pimpante di y , p := Pippo.

(a) Qualche animale è laborioso

(b) Ogni animale è laborioso

- (c) Ogni elefante è più pimpante di ogni rinoceronte
- (d) Ogni elefante è più pimpante di qualche rinoceronte
- (e) Pippo è più pimpante di tutti gli elefanti
- (f) Ogni formica è laboriosa e ogni cicala è sfaticata
- (g) La formica è un animale laborioso
- (h) Una cicala è sempre un animale sfaticato
- (i) C'è una cicala sfaticata
- (j) Esiste una formica laboriosa ed esiste una cicala sfaticata
- (k) Ogni formica laboriosa è più pimpante di ogni cicala sfaticata (solo laurea specialistica)
- (l) Se esiste un solo elefante laborioso, allora quello è Pippo (solo laurea specialistica)

9. Rispondi “VERO” o “FALSO”. La relazione binaria $x \neq y$

- (a) è riflessiva?
- (b) è simmetrica?
- (c) è transitiva?
- (d) è antisimmetrica?

10. Fai l'albero semantico dei seguenti enunciati e stabilisci se sono verità logiche o meno. Individua un contromodello per le formule falsificabili.

- (a) $(\exists x Ax \rightarrow B) \rightarrow \forall x(Ax \rightarrow B)$ ove x non occorre libera in B
- (b) $(\forall x Ax \rightarrow \forall x Bx) \rightarrow \forall x(Ax \rightarrow Bx)$
- (c) $\forall x \forall y Rxy \rightarrow \exists y \exists x Rxy$

11. Nel calcolo della deduzione naturale deduci:

(a) $A \vee B$ dall'ipotesi $A \wedge B$

(b) $\forall xAx \rightarrow \exists xAx$

(c) $A \rightarrow B$ dall'ipotesi $\neg A \vee B$ (solo laurea specialistica)

12. Solo per la laurea specialistica: spiega perché le seguenti derivazioni non sono valide nel calcolo della deduzione naturale:

$$(a) \frac{\frac{[Ax]^1}{\forall xAx}}{Ax \rightarrow \forall xAx}}$$

$$(b) \frac{\exists xBx \quad \frac{[Bx]^1}{Bx \vee Cx}}{Bx \vee Cx}}$$