ISTITUZIONI DI LOGICA(1)

a.a. 2005-2006

(5 crediti)

prof.ssa Giovanna Corsi

TEST del 26 novembre 2005

Cognome Nome Corso di Laurea

---

1. (a) Secondo la lettura fatta delle pagine di Quine, cosa è rilevante per stabilire il valore di verità di un enunciato del tipo:
   Socrate è uomo o Socrate non è uomo ?

   il significato dei connettivi 'o' e 'non'

   e di un enunciato del tipo *Socrate è un filosofo* ?

   il significato dei termini 'Socrate' e 'filosofo' rispetto ad un dato stato di cose

   (b) Una funzione di interpretazione, I, associa valori di verità a quale tipo di enunciati ?
   lettere enunciative (o formule atomiche)
   Dai la definizione della funzione di valutazione v^I indotta da una interpretazione I.

   i. $v^{\mathcal{I}}(p) = \mathcal{I}(p)$
   ii. $v^{\mathcal{I}}(\neg A) = 1 - v^{\mathcal{I}}(A)$
   iii. $v^{\mathcal{I}}(A \wedge B) = min(v^{\mathcal{I}}(A), v^{\mathcal{I}}(B))$
   iv. $v^{\mathcal{I}}(A \vee B) = max(v^{\mathcal{I}}(A), v^{\mathcal{I}}(B))$
   v. $v^{\mathcal{I}}(A \rightarrow B) = max(1 - v^{\mathcal{I}}(A), v^{\mathcal{I}}(B))$

(c) Per ogni espressione elencata dire a quale categoria sintattica appartiene:

	enunciato (proposizione)	predicato (relazione)	termine chiuso	termine aperto
$2 < x \wedge x < 10$		X		
$\exists x(2 + x = 4)$	X			
$\forall x \exists y(x < y)$	X			
$x + 3$				X
Il cubo grande			X	
Il cubo grande è fra a e b	X			

2. Elenca le seguenti tautologie e regole

(a) legge del terzo escluso $\quad A \vee \neg A$

(b) regole di contrapposizione (o contronominali)

$$\frac{A \to B}{\neg B \to \neg A} \qquad \frac{A \to \neg B}{B \to \neg A} \qquad \frac{\neg A \to B}{\neg B \to A} \qquad \frac{\neg A \to \neg B}{B \to A}$$

(c) regola di concatenazione

$$\frac{A \to B \qquad B \to C}{A \to C}$$

(d) Regola del Modus Tollendo Ponens

$$\frac{A \vee B \qquad \neg B}{A} \quad \text{oppure} \quad \frac{A \vee B \qquad \neg A}{B}$$

(e) Regola della distinzione dei casi

$$\frac{A \vee B \qquad A \to C \qquad B \to C}{C} \quad \text{oppure} \quad \frac{A \to C \qquad B \to C}{(A \vee B) \to C}$$

(f) Una delle regole di *reductio ad absurdum*

$$\frac{A \to (B \wedge \neg B)}{\neg A} \quad \text{oppure} \quad \frac{\neg A \to (B \wedge \neg B)}{A} \quad \text{oppure} \quad \frac{(C \wedge \neg A) \to (B \wedge \neg B)}{C \to A}$$

(g) Regola del Modus Ponens

$$\frac{A \qquad A \to B}{B}$$

3. Se A una tautologia e B è una contraddizione, allora

	SI’	NO
$A \wedge B$ è soddisfacibile		X
$A \vee B$ è una tautologia	X	
$A \to B$ è una contraddizione	X	

4. Sfruttando le regole e tautologie dell’esercizio 2, giustifica che

   - $\neg A$ è conseguenza logica degli enunciati $A \to B, B \to C, \neg C$.

   $$\dfrac{\dfrac{A \to B \qquad B \to C}{A \to C}\,\textit{regola di concatenazione} \qquad \neg C}{\neg A}\,\textit{regola di contrapposizione}$$

   - B è conseguenza logica degli enunciati $\neg C$, $A \to B \vee C$, $\neg A \to B \vee C$.

   $$\dfrac{\dfrac{\dfrac{A \to B \vee C \qquad \neg A \to B \vee C}{(A \vee \neg A) \to B \vee C}\,\textit{distinzione dei casi} \qquad A \vee \neg A}{B \vee C}\,MP \qquad \neg C}{B}\,MTP$$

5. Formalizza in un linguaggio enunciativo. Poni gli enunciati atomici fra parentesi; esempio

   Paghero’ il conto se ottengo un prestito

   (ottengo un prestito) $\to$ (pago il conto)

   (a) Se è domenica, i negozi sono chiusi
   (b) (‘ è domenica) $\to$ (i negozi sono chiusi)

   (c) Verrò alla festa solo se qualcuno mi accompagna
   (d) (Verrò alla festa) $\to$ (qualcuno mi accompagna)

   (e) Verrò alla festa purché non faccia troppo freddo
   (f) (verrò alla festa) $\to \neg$ (fa troppo freddo)

   (g) Tanto gli Italiani quanto gli Spagnoli non sono Slavi
   (h) $\neg$(gli Italiani sono Slavi) $\wedge\neg$ (gli Spagnoli sono Slavi)

   (i) Voterò a favore anche se non sono pienamente d’accordo
   (j) (Voterò a favore) $\wedge\neg$ (sono pienamente d’accordo)

   (k) Se l’enunciato A segue dalla propria negazione, allora è vero

(l) $(\neg A \rightarrow A) \rightarrow A$

(m) Il vincitore è uno tra Alberto, Bruno e Carlo

(n) (Alberto è vincitore) $\vee$ (Bruno è vincitore) $\vee$ (Carlo è vincitore)

(o) Si accettano pagamenti in contanti o con carta di credito

(p) (si accettano pagamenti in contanti) $\vee$ (si accettano pagamenti con carta di credito)

6. (a) Dai un esempio nel linguaggio naturale di sillogismo di III figura in DISAMIS e dimostrane la correttezza.

M i P	qualche filosofo è greco
M a S	tutti i filosofi sono saggi
——	
S i P	qualche saggio è greco

M i P	P i M	M a S	M a S	M a S
M a S	M a S	P i M	P i M	P i M
			——	——
			P i S	S i P
premesse	*conversio simplex* alla premessa maggiore	*mutatio premissarum*	applicazione di DARII	*conversio simplex* su conclusione

(b) Qual è la subalterna di *Tutti gli uomini sono mortali*?
Qualche uomo è mortale
e la contraria ?
nessun uomo è mortale
Due contrarie possono essere entrambe vere ?
no

7. Formalizza le seguenti asserzioni. $T(x) := x$ è un attore - $S(x) := x$ sa recitare - $V(x) := x$ vive a Londra $R(x) := x$ è ricco - $F(x) := x$ è famoso - $B(x) := x$ è bravo - $C(x) := x$ è un cavallo -$A(x,y) := x$ ammira y - $P(x,y) := x$ possiede y -

(a) Un attore è uno che sa recitare $\quad \forall x(T(x) \rightarrow S(x))$

(b) Un attore famoso vive a Londra $\quad \exists x(T(x) \wedge V(x))$

(c) Qualche attore non è nè famoso nè ricco $\quad \exists x(T(x) \wedge \neg F(x) \wedge \neg R(x))$

(d) Se non ci sono attori famosi, allora ogni attore sa recitare

$\neg\exists x(T(x) \wedge F(x)) \rightarrow \forall x(T(x) \rightarrow S(x))$

(e) C'è chi ammira qualsiasi attore $\quad \exists x\forall y(T(y) \rightarrow A(x,y))$

(f) Tutti gli attori che possiedono un cavallo sono ricchi

$\forall x(T(x) \wedge \exists y(C(y) \wedge P(x,y)) \rightarrow R(x))$

(g) Solo gli attori bravi sono ricchi $\quad \forall x(T(x) \wedge R(x) \rightarrow B(x))$

(h) *Depardieu* è il solo attore che sa recitare

$(T(depardieu) \wedge S(depardieu) \wedge \forall y(T(y) \wedge S(y) \rightarrow depardieu = y))$

8. Mostra che le seguenti formule sono valide. [Usa il retro del foglio]

   (a) $(\neg Pa \rightarrow \forall x\neg Qx) \rightarrow \forall x(Qx \rightarrow Pa)$
   (b) $\exists x(Pa \vee Pb \rightarrow Px)$
   (c) Costruisci un contromodello per $\quad \exists x(Pa \rightarrow Qx) \rightarrow (Pa \rightarrow \forall x Qx)$

   Nota: a, b sono nomi, costanti individuali.

$F[(\neg Pa \rightarrow \forall x\neg Qx) \rightarrow \forall x(Qx \rightarrow Pa)]^{\dagger}$

$V[(\neg Pa \rightarrow \forall x\neg Qx)]^{\dagger}$

$F[\forall x(Qx \rightarrow Pa)]^{\dagger}$

$F[Qb \rightarrow Pa]^{\dagger}$

$V[Qb]$

$F[Pa]$

$F[\neg Pa]^{\dagger}$	$V[\forall x\neg Qx]$
$V[Pa]$	$V[\neg Qb]^{\dagger}$
chiuso	$F[Qb]$
	chiuso

$F[\exists x(Pa \vee Pb \rightarrow Px)]$

$F[Pa \vee Pb \rightarrow Pa]^{\dagger}$

$V[Pa \vee Pb]^{\dagger}$

$F[Pa]$

$V[Pa]$ $\qquad$ $V[Pb]$

chiuso $\qquad$ $F[Pa \vee Pb \rightarrow Pb]^{\dagger}$

$V[Pa \vee Pb]^{\dagger}$

$F[Pb]$

chiuso

$F[\exists x(Pa \rightarrow Qx) \rightarrow (Pa \rightarrow \forall x Qx)]^{\dagger}$

$V[\exists x(Pa \rightarrow Qx)]^{\dagger}$

$F[Pa \rightarrow \forall x Qx]^{\dagger}$

$V[Pa \rightarrow Qb]^{\dagger}$

$V[Pa]$

$F[\forall x Q(x)]^{\dagger}$

$F[Pa]$ $\qquad$ $V[Q(b)]$

chiuso $\qquad$ $F[Q(c)]$

Il contromodello è così definito: $D = \{\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}\}$
$I(a) = \underline{a}$, $I(b) = \underline{b}$, $I(c) = \underline{c}$
$I(P) = \{\underline{a}\}$
$I(Q) = \{\underline{b}\}$