ISTITUZIONI DI LOGICA(1)

a.a. 2004-2005
(5 crediti)

prof.ssa Giovanna Corsi

TEST del 28 giugno 2005

Cognome Nome Corso di Laurea

---

1. Considera gli enunciati:

   "Se avessi letto il giornale durante la scorsa settimana, saprei chi ha vinto le elezioni in Iran " e

   "Se avessi letto il giornale durante la scorsa settimana, saprei chi ha risolto la congettura di Goldbach"[1]

   (a) Di che tipo di condizionale si tratta? *condizionale controfattuale*
   (b) L'implicazione materiale è una sua buona resa formale? *No*
   (c) Motiva la tua risposta al punto precedente. *L'implicazione materiale è sempre vera quando l'antecedente è falso, mentre un condizionale controfattuale con antecendente falso può essere falso, come mostra il secondo enunciato.*
   (d) L'implicazione materiale è vero-funzionale? *Sì*
   (e) L'implicazione controfattuale è vero-funzionale ? *No*

2. Rispondi: Vero Falso

   (a) Un argomento valido è una tautologia................*Falso. Un argomento, valido o meno, consiste in genere di un insieme di enunciati, mentre una tautologia è un singolo enunciato.*
   (b) La conclusione di argomento valido è vera ....*Falso*
   (c) Ogni tautologia è soddisfacibile ....*Vero*
   (d) Un argomento valido non può avere una premessa falsa ....*Falso*
   (e) La forma di un argomento è determinata dai simboli logici che occorrono nelle premesse e nella conclusione.........................*Vero*
   (f) La validità di un argomento dipende dai concetti espressi nelle premesse e nella conclusione...*Falso*

[1] La congettura di Goldbach dice che *ogni numero pari maggiore di 2 è la somma di due primi* e non è stata ancora risolta.

3. Elenca le seguenti tautologie e regole

   (a) una o più leggi di contrapposizione
   $(A \to B) \to (\neg B \to \neg A)$, $(A \to \neg B) \to (B \to \neg A)$,
   $(\neg A \to B) \to (\neg B \to A)$, $(\neg A \to \neg B) \to (B \to A)$.

   (b) legge di Frege $\qquad (A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C))$

   (c) princio di non-contraddizione $\qquad \neg(A \wedge \neg A)$

   (d) legge di Filone $\qquad (A \to B) \leftrightarrow (\neg A \vee B)$

   (e) Regola del Modus Tollendo Ponens

   $$\frac{A \vee B \quad \neg A}{B}$$

   (f) Regola del Modus Ponendo Tollens

   $$\frac{A \underline{\vee} B \quad A}{\neg B}$$

4. (a) Mostra la tavola di verità della doppia implicazione.

A	B	$A \leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

   (b) Quali sono i connettivi Booleani ? $\neg \quad \vee, \quad \wedge$.

   (c) Come puoi esprimere il connettivo $\to$ con i soli connettivi $\neg$ e $\wedge$ e con i soli connettivi $\neg$ e $\vee$? $(A \to B)$ può essere espresso come $\neg(A \wedge \neg B)$ o come $(\neg A \vee B)$.

5. (a) Stabilisci se è una tautologia o meno (via tavole di verità o tavole di Beth) (scrivi la tavola sul retro del foglio)
   $(A \to B) \wedge (C \to B) \to [(A \vee C) \to B]$

A	B	C	$((A$	$\to$	$B)$	$\wedge$	$(C$	$\to$	$B))$	$\to$	$[(A$	$\vee$	$C)$	$\to$	$B]$
1	1	1								1				1	1
1	1	0								1				1	1
1	0	1	1	0	0	0				1					
1	0	0	1	0	0	0				1					
0	1	1								1				1	1
0	1	0								1				1	1
0	0	1				0	1	0	0	1					
0	0	0								1	0	0	0	1	

(b) Mostra che il *modus ponendo ponens* è un argomento valido

Soluzione 1. Si fa vedere che la formula corrispondente all'argomento è una tautologia:

A	B	$(A$	$\wedge$	$(A$	$\rightarrow$	$B))$	$\rightarrow$	B
1	1						1	1
1	0		0	1	0	0	1	
0	1						1	1
0	0	0	0				1	

Soluzione 2. Si fa vedere che assumendo per assurdo che le premesse sono vere e la conclusione falsa si arriva ad una contraddizione:

Se A è vero e $A \rightarrow B$ è vero, allora sulla base della tavola di verità di $\rightarrow$, abbiamo che B è vero, contrariamente all'ipotesi per assurdo.

(c) Mostra che l'argomento che va sotto il nome di *fallacia della negazione dell'antecedente* non è valido.

Facciamo vedere che esiste una attribuzione di valori di verità ad A e B tale che le premesse dell'argomento sono vere e la conclusione è falsa. Poniamo A falsa e B vera, allora

A	B	$(A$	$\rightarrow$	$B)$	$\neg A$	$\neg B$
0	1	0	1	1	1	0

(d) Rispondi alle seguenti domande. Se A è una tautologia e B una contraddizione, allora

i. $A \rightarrow B$ è una contraddizione *Sì*
ii. $A \rightarrow B$ è soddisfacibile *No*
iii. $A \rightarrow B$ è una tautologia *No*

6. Formalizza in un linguaggio enunciativo ove

M := Maria ha ucciso il cameriere, G := Giuseppe ha ucciso il cameriere, C := il cameriere è fuggito, F := Giuseppe è fuggito, H := Maria è fuggita.

(a) Nè Maria nè Giuseppe hanno ucciso il cameriere
$(M \textit{ nor } G)$ oppure $\neg(M \vee G)$ oppure $\neg M \wedge \neg G$

(b) Benchè Maria non abbia ucciso il cameriere, è fuggita
$\neg M \wedge H$

(c) Maria ha ucciso il cameriere, solo se Giuseppe non lo ha fatto
$M \rightarrow \neg G$

(d) Maria non ha ucciso il cameriere, se Giuseppe lo ha fatto
$G \rightarrow \neg M$

(e) Maria ha ucciso il cameriere oppure Giuseppe e il cameriere sono fuggiti
$M \vee (F \wedge C)$

(f) Maria e Giuseppe hanno ucciso il cameriere oppure almeno uno dei due lo ha fatto
$M \vee G$

(g) Esattamente uno fra Maria e Giuseppe ha ucciso il cameriere
$M \underline{\vee} G$

7. (a) Dai un esempio, nel linguaggio naturale, di sillogismo di IV figura in DIMARIS e dimostrane la correttezza.
Esepio : Qualche uomo è filosofo / Tutti i filosofi sono felici *dunque* Qualcuno felice è uomo
Schema generale di sillogismo in DIMARIS è
P i M
M a S
———
S i P
Ne mostro la correttezza. Considero le premesse
P i M
M a S
Per *mutatio premissarum* (M) ottengo
M a S
P i M applico il sillogismo di prima figura in DARII (D) ed ottengo come conclusione P i S. Applico una *conversio simplex* (S) ed ottengo S i P, ovvero la conclusione cercata di DIMARIS.

(b) Formalizza nel linguaggio aristotelico, usando le lettere *a*, *i*, *e* ed *o*, e F per Filosofo e G per Greco.
i. Tutti i filosofi sono greci F a G
ii. Qualche filosofo è greco F i G
iii. Nessun filosofo è greco F e G
iv. Non tutti i filosofi sono greci F o G

(c) Qual' è la *subalterna* di 'Tutti corvi sono neri'? *Qualche corvo è nero*

(d) Qual' è la *contrattiddoria* di 'Tutti corvi sono neri'? *Qualche corvo non è nero*

(e) In cosa consiste la regola di *conversio simplex*? a quale tipo di enunciati si applica? Dai un esempio. *Consiste nell'invertire il soggetto* *col predicato. Si applica agli enunciati particolari affermativi e universali negativi. Esempi: Qualche filosofo è greco* converte semplicemente in *Qualche greco è filosofo. Nessun filosofo è greco* converte semplicemente in *Nessun greco è filosofo.*

8. Formalizza le seguenti asserzioni nel linguaggio di Tarski. $Cube(x) := x$ è un cubo - $Tet(x) := x$ è un tetraedro - $Small(x) := x$ è piccolo - $Large(x) := x$ è grande - $LeftOf(x, y) := x$ sta a sinistra di y - $Between(x, y, z) := x$ sta fra y e z.

   (a) Tutti i cubi piccoli stanno a sinistra di b.
   $\forall x(Cube(x) \wedge Small(x) \rightarrow LeftOf(x, b))$

   (b) Se tutti i cubi sono piccoli, a sta a sinistra di b.
   $\forall x(Cube(x) \rightarrow Small(x)) \rightarrow LeftOf(a, b)$

   (c) Se tutti sono cubi piccoli, a sta a sinistra di b.
   $\forall x(Cube(x) \wedge Small(x)) \rightarrow LeftOf(a, b)$

   (d) Ogni tetraedro ha un cubo alla sua sinistra.
   $\forall x(Tet(x) \rightarrow \exists y(Cube(y) \wedge LeftOf(y, x)))$, oppure
   $\forall x \exists y(Tet(x) \rightarrow (Cube(y) \wedge LeftOf(y, x)))$

   (e) Un tetraedro è grande se sta a sinistra di a
   $\forall x(Tet(x) \rightarrow (LeftOf(x, a) \rightarrow Large(x)))$, oppure
   $\forall x(Tet(x) \wedge LeftOf(x, a) \rightarrow Large(x))$

   (f) Un tetraedro grande sta a sinistra di a
   $\exists x(Tet(x) \wedge Large(x) \wedge LeftOf(x, a))$

   (g) Non tutti i cubi tra a e b sono piccoli
   $\neg\forall x[Cube(x) \wedge Between(x, a, b) \rightarrow Small(x)]$, oppure
   $\exists x[Cube(x) \wedge Between(x, a, b) \wedge \neg Small(x)]$

   (h) Nessun cubo tra a e b è piccolo
   $\neg\exists x[Cube(x) \wedge Between(x, a, b) \wedge Small(x)]$, oppure
   $\forall x[Cube(x) \wedge Between(x, a, b) \rightarrow \neg Small(x)]$

9. (a) Stabilisci se le seguenti formule sono valide, ed in caso contrario, costruisci un contromodello.

$(\exists x Px) \wedge (\exists x Qx) \to \exists x(Px \wedge Qx)$ $\qquad\qquad$ $\exists y(Py \to \forall x Px)$

Suppongo che la formula $(\exists x Px) \wedge (\exists x Qx) \to \exists x(Px \wedge Qx)$ sia falsa e sviluppo la tavola semantica:

$F[(\exists x Px) \wedge (\exists x Qx) \to \exists x(Px \wedge Qx)]^\star$
$V[(\exists x Px) \wedge (\exists x Qx)]^\star$
$F[\exists x(Px \wedge Qx)]$
$V[\exists x Px]^\star$
$V[\exists x Qx]^\star$
$V[P(a)]$
$V[Q(b)]$
$F[Pa \wedge Qa]$

$F[Pa]$	$F[Qa]$	
chiuso	$F[Pb \wedge Qb]$	
	$F[Pb]$	$F[Qb]$
	aperto	*chiuso*

La tavola è completata ed un ramo rimane aperto quindi esiste un modello in cui la formula iniziale è falsa. Tale modello è dato dal dominio $D = \{\underline{a}, \underline{b}\}$ e dalla funzione di interpretazione I tale che $I(P) = \{\underline{a}\}$, $I(Q) = \{\underline{b}\}$, $I(a) = \underline{a}$ e $I(b) = \underline{b}$.

Suppongo che la formula $\exists y(Py \to \forall x Px)$ sia falsa e costruisco la tavola semantica:

$F[\exists y(Py \to \forall x Px)]$
$F[(Pa \to \forall x Px)]^\star$
$V[Pa]$
$F[\forall x Px]^\star$
$F[Pb]$
$F[(Pb \to \forall x Px)]^\star$
$V[Pb]$
$F[\forall x Px]$
chiuso

La supposizione che la formula $\exists y(Py \to \forall x Px)$ potesse essere falsificata porta a contraddizione, quindi è una formula valida.