

ISTITUZIONI DI LOGICA(1)

a.a. 2004-2005

(5 crediti)

prof.ssa Giovanna Corsi

TEST del 2 febbraio 2005

Cognome	Nome	Corso di Laurea
---------	------	-----------------

1. Per formalizzare un enunciato del tipo:

Oggi piove oppure oggi non piove, quale disgiunzione pensi si possa usare? la disgiunzione inclusiva (\vee) o quella esclusiva ($\underline{\vee}$)? Entrambe, una sola di esse?

2. Rispondi:

Vero Falso

- (a) Una tautologia è un argomento valido
- (b) Un argomento valido è vero
- (c) La validità di un argomento dipende dalla sua forma
- (d) I connettivi sono simboli logici
- (e) Un argomento valido non può contenere enunciati falsi
- (f) Un enunciato soddisfacibile non è necessariamente una tautologia

3. Formalizza le seguenti tautologie e regole, specificando per ciascuna di esse se è una tautologia o una regola

- (a) principio di non-contraddizione
- (b) terzo escluso
- (c) Leggi di De Morgan
- (d) Modus (Ponendo) Ponens

4. (a) Siano A, B_1, \dots, B_n formule di un linguaggio enunciativo. Sotto quali condizioni diciamo che A non è conseguenza logica di B_1, \dots, B_n ?

(b) A quali connettivi si riferiscono le tavole di verità riportate di seguito? Scrivi il connettivo nell'apposito spazio.

A	B	$A \dots B$	A	B	$A \dots B$
1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	1
0	0	0	0	0	1

(c) Disegna il quadrato aristotelico, indicando gli enunciati categorici con la notazione $S \dots P$, e le relazioni sussistenti tra gli stessi tramite frecce. Indica sopra ciascuna freccia il nome della relazione che rappresenta.

(d) Indica se le seguenti affermazioni sono vere o false

- i. Due enunciati *contraddittori* possono essere entrambi veri
- ii. Due enunciati *contrari* possono essere entrambi veri
- iii. Due enunciati *subcontrari* possono essere entrambi veri

5. (a) Considera il connettivo a tre posti $\star(A, B, C)$ da leggersi *esattamente due tra A, B, C*, che si applica a tre enunciati e il cui significato è che $\star(A, B, C)$ è vero quando *esattamente due* tra gli enunciati A, B, C sono veri. Dai la tavola di verità di tale connettivo.

A	B	C	$\star(A, B, C)$
1	1	1	
1	1	0	
1	0	1	
1	0	0	
0	1	1	
0	1	0	
0	0	1	
0	0	0	

(b) Come puoi esprimere il connettivo \star con i solo connettivi booleani \neg, \vee, \wedge ? (scrivi cioè l'enunciato corrispondente alla tavola di verità di \star)

(c) Trova un enunciato equivalente a $\neg(A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg C))$ che contenga solo i connettivi \neg, \vee, \wedge .

(d) Stabilisci se sono tautologie o meno (via tavole di verità o tavole di Beth) (scrivi le tavole sul retro del foglio)

(e) $(A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B \wedge C)$

(f) $A \rightarrow (B \rightarrow \neg A)$

(g) Mostra che il *modus tollendo ponens* (detto anche *sillogismo disgiuntivo*) è un argomento valido

- (h) Mostra che la *fallacia della negazione dell'antecedente* non è un argomento valido
- (i) Stabilisci se i seguenti insiemi di enunciati sono soddisfacibili e se lo sono indica una interpretazione \mathcal{I} tale che $v^{\mathcal{I}}$ associ **1** ad ogni enunciato dell'insieme:
- i. $\{A \rightarrow B, \neg(\neg A \vee B)\}$
 - ii. $\{\neg A, B \rightarrow (A \vee B)\}$
6. Formalizza in un linguaggio enunciativo ove
 M := Maria va al cinema L := Lucia va al cinema A := Augusto rimane a casa F := Franca va a dormire
- (a) Marco va al cinema e Lucia non ci va
 - (b) Marco e Lucia vanno al cinema oppure solo Marco ci va
 - (c) Augusto rimane a casa mentre Franca va a dormire
 - (d) Solo se Marco va al cinema, Lucia ci va
 - (e) Lucia non va al cinema solo se Marco non ci va
 - (f) Marco e Lucia vanno al cinema se e solo se Augusto rimane a casa
 - (g) Franca va a dormire se Marco e Lucia vanno al cinema
 - (h) Almeno uno fra Marco e Lucia va al cinema e Augusto rimane a casa
 - (i) Se nessuno fra Marco e Lucia va al cinema, Augusto rimane a casa
 - (j) Esattamente uno fra Marco e Lucia va al cinema
7. (a) Dai un esempio, nel linguaggio naturale, di sillogismo di III figura in DISAMIS e dimostrane la correttezza.
- (b) In cosa consiste la regola di *conversio simplex*? a quale tipo di enunciati si applica? Dai un esempio.

8. Formalizza le seguenti asserzioni nel linguaggio di Tarski. $Cube(x) := x$ è un cubo - $Tet(x) := x$ è un tetraedro - $Small(x) := x$ è piccolo $Large(x) := x$ è grande - $Smaller(x, y) := x$ è più piccolo di y - $LeftOf(x, y) := x$ sta a sinistra di y - $Between(x, y, z) := x$ sta fra y e z .

- (a) a è un cubo piccolo e b è un tetraedro alla sua sinistra
- (b) Tutti i cubi grandi stanno alla sinistra di a .
- (c) Qualche cubo sta a sinistra di qualche tetraedro.
- (d) Qualche cubo che sta a sinistra di ogni tetraedro.
- (e) C'è un cubo che sta a sinistra di tutti i tetraedri.
- (f) Se a è un cubo piccolo allora tutti i tetraedri sono più grandi di lui.
- (g) Se tutti i tetraedri stanno a sinistra di a allora b è piccolo.
- (h) Nessun tetraedro è più grande di b .
- (i) Se qualcosa è piccolo allora sta alla sinistra di qualche cubo.
- (j) Un cubo è piccolo se a è un tetraedro.
- (k) Ci sono esattamente due cubi. (facoltativo)

9. (a) Stabilisci tramite le tavole di Beth se le seguenti formule sono valide, ed in caso contrario, costruisci un contromodello. [Usa il retro del foglio per costruire le tavole di Beth e i contromodelli.]

$$\forall x(Px \wedge Qx) \rightarrow \exists xPx \wedge \exists xQx \qquad \forall xPx \vee \forall x\neg Px$$

$$\forall x(Px \wedge Qx) \rightarrow \exists xPx \vee \exists xQx$$

10. (a) Cosa si intende per *modello* di un enunciato del linguaggio predicativo?

(b) Quali sono le condizioni affinché l'enunciato $\forall xPx$ sia vero in un modello \mathcal{M} ? Dai una risposta usando il formalismo appreso.