

# LOGICA (1)

a.a. 2002-2003  
(5 crediti)

prof.ssa Giovanna Corsi

## TEST del 5 aprile 2003

1. È una proposizione? Rispondi Sì / No.

Sì	No	
		Probabilmente andrò al mare quest'estate.
		Non fumare!
		Posso prendere la tua bici?
		Il mio miglior amico.
		$2^2 + 2^3$
		$4^2 + 3 < 100$
		Esiste un numero naturale maggiore di 10.
		Un ragazzo in gamba.

2. Determina quali delle seguenti espressioni sono forme proposizionali (enunciati ben formati). Ove possibile, aggiungi le parentesi per ottenere forme proposizionali:

(a)  $A \rightarrow B \rightarrow C \wedge D$

(b)  $A \leftrightarrow \forall C$

(c)  $A \wedge B \vee C \wedge D \vee E$

(d)  $\neg\neg B \vee C$

3. Costruisci l'albero di formazione delle seguenti forme proposizionali:

(a)  $(A \vee B) \wedge (A \vee C \leftrightarrow A \vee (B \wedge C))$

(b)  $\neg(\neg(B \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A))$

(c)  $\neg\neg(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)$

4. Di quale tipo di inferenza si tratta? È corretta o no? (Specificare lo schema inferenziale, il nome dell'argomento e se è valido)

(a) Se Andrea ama dipingere, allora diventerà un pittore famoso.  
Andrea non diventerà un pittore famoso.  
Dunque Andrea non ama dipingere.

(b) O Luca è scapolo, o Luca è sposato.  
Luca è scapolo.  
Dunque non è sposato.

(c) Se  $n$  è multiplo di 20, allora  $n$  è multiplo di 10.  
Se  $n$  è multiplo di 10, allora  $n$  è pari.  
Dunque, se  $n$  è multiplo di 20, allora è pari.

(d) Se c'è luce è giorno.  
Ma è giorno.  
Dunque c'è luce.

(e) Se nevicata è molto freddo.  
Nevica.  
Dunque è molto freddo.

5. Scrivi le tautologie che vanno sotto il nome di:

- (a) Leggi di De Morgan
- (b) Terzo escluso
- (c) Principio di non contraddizione

6. Rispondi VERO/FALSO:

V	F	
		Tutti gli argomenti validi hanno una premessa vera.
		Tutti gli argomenti validi hanno solo premesse vere.
		Tutti gli argomenti validi con premesse false hanno conclusione falsa.

7. Formalizza i seguenti enunciati nel linguaggio di Tarski:

- (a)  $c$  non è più grande di  $a$ , ma più grande di  $b$ .
- (b) O  $a$  o  $f$  stanno fra  $b$  e  $c$ .
- (c)  $d$  è un cubo a meno che stia a sinistra di  $b$ .
- (d)  $d$  è un dodecaedro solo se  $f$  è un cubo.
- (e)  $d$  è un dodecaedro se  $f$  è un cubo.
- (f)  $e$  è grande benché stia tra  $a$  e  $b$ .
- (g) Nessuno tra  $a$ ,  $b$  e  $c$  è un cubo.
- (h) Qualcuno tra  $a$ ,  $b$  e  $c$  è un cubo.

(i)  $c$  si trova tra  $d$  ed  $f$  o è più piccolo di entrambi.

(j)  $c$  è più grande di  $e$  solo se  $b$  è più grande di  $c$ .

8. Fai la tavola di verità e stabilisci se si tratta di tautologie.

(a)  $(C \rightarrow A) \rightarrow ((B \rightarrow A) \rightarrow ((C \vee B) \rightarrow A))$

(b)  $\neg(A \wedge B) \rightarrow (\neg A \wedge \neg B)$

9. Stabilisci se le seguenti forme proposizionali sono equivalenti.

(a)  $A \underline{\vee} B$   
e  
 $(\neg A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B)$

(b)  $\neg(A \rightarrow B)$   
e  
 $A \vee \neg B.$

10. Considera le seguenti tavole di verità e scrivi le formule proposizionali che corrispondono ad esse:

A	B	
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	0

A	B	C	
1	1	1	0
1	1	0	0
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	1
0	0	1	0
0	0	0	1

11. Trova una forma proposizionale equivalente a:

$$(A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A$$

che contenga solo i connettivi  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ .

12. In che cosa consiste la regola di *conversio per accidens*? A quale tipo di enunciati si applica? Dai un esempio.

13. (a) Dimostra la correttezza del sillogismo di IV figura in FRESISON.

(b) Dimostra la correttezza del sillogismo di II figura in BAROCO (Facoltativo).

14. (a) Qual è la CONTRARIA di *Tutti i corvi sono neri*?

(b) Qual è la SUBALTERNA di *Tutti i corvi sono neri*?

(c) Qual è la CONTRADDITTORIA di *Tutti i corvi sono neri*?

15. Rispondi Sì / No.

Sì	No	
		Due proposizioni contraddittorie possono essere entrambe false.
		La doppia negazione di una tautologia è una contraddizione.

16. Formalizza le seguenti asserzioni.

Sia:  $T(x, y) := x$  è tutore di  $y$   
e  $S(x) := x$  è studente.

- (a) Nessun cubo è più piccolo di  $a$ .
- (b) Solo i cubi a destra di  $b$  sono grandi.
- (c) Ogni dodecaedro ha un cubo alla sua sinistra.
- (d) Tutti i cubi sono davanti a qualche tetraedro.
- (e) Non è vero che ogni studente ha un tutore.
- (f) Non tutti gli studenti hanno un tutore.
- (g) Ci sono almeno due studenti.
- (h) Ci sono al massimo due studenti.
- (i) Ci sono esattamente due studenti.
- (j) Il cubo piccolo sta fra  $b$  ed  $a$ .

17. Stabilisci se le seguenti formule sono valide e, in caso contrario, costruisci un contromodello.

(a)  $(\forall x P(x) \rightarrow Q(a)) \rightarrow \exists x (P(x) \rightarrow Q(a))$

(b)  $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x) \rightarrow \exists x (P(x) \wedge Q(x))$

(c)  $\exists y(\exists x P(x) \rightarrow P(x))$

(d)  $\exists x(P(x) \rightarrow Q(a)) \rightarrow \forall x(P(x) \rightarrow Q(a))$

18. (a) Che cosa significa che una regola logica è corretta?
- (b) Che cosa significa che  $A$  è conseguenza logica di  $B_1, \dots, B_n$ ?
- (c) Che cosa significa che una forma proposizionale è una tautologia?
19. (a) Le tautologie sono formule valide?
- (b) Dai due esempi di formule valide che non siano tautologie.
- (c)  $(a = a)$  è una tautologia?