

## Introduzione all'Informatica: manuale per le Olimpiadi di Problem Solving

Obiettivo del progetto è l'apprendimento delle basi logiche del ragionamento, del pensiero algoritmico e delle competenze generali di *problem solving*.

Con queste sperimentazioni gli studenti acquisiscono sia la consapevolezza per valutare le risorse necessarie per implementare e rendere disponibile una soluzione, sia l'abilità per gestire i vincoli presenti nelle situazioni reali.

Queste competenze sono applicabili in molti contesti, dalle discipline scientifiche a quelle umanistiche ed economiche. Le simulazioni realizzabili con un *computer* sono oggi indispensabili per scoprire e migliorare la comprensione delle leggi che governano sistemi estremamente disparati, come per esempio:

- la dinamica che consente alle formiche di raccogliere e conservare il cibo,
- le modalità di comportamento dei mercati,
- il funzionamento delle attività cognitive e il ruolo della mente umana.

La maturità di uno studente è determinata in modo significativo dalla capacità di pensare e ragionare in modo logico, “innovativo” e critico sulle più diverse problematiche e dalla abilità e competenza che gli consentono di elaborare strategie per la loro soluzione. Per far crescere queste componenti, che costituiscono la parte fondamentale del *problem solving*, è stato progettato questo insieme di proposte che contengono attività di formazione e allenamento, intercalate con sessioni di verifica e valutazione.

Va sottolineato che le modalità di svolgimento del progetto costituiscono un significativo contributo alla acquisizione delle metodologie e delle competenze proprie della informatica come disciplina scientifica, offrendo suggerimenti pratici agli insegnanti e cercando di verificare in modo effettivo che gli studenti apprendono abilità ormai indispensabili per svolgere qualsiasi professione.

## La grammatica.

Il progetto si rivolge a tutte le scuole che desiderano partecipare. Il sistema di comunicazione utilizzato, sia per la proposta dei problemi sia per la raccolta delle soluzioni, si basa su Internet.

Poiché la valutazione delle soluzioni viene effettuata da un programma (volutamente semplice), per comprendere i testi dei problemi e per formulare le risposte è necessario conoscere alcune regole di scrittura che sono qui di seguito esplicitate.

### I nomi

I nomi comuni e i nomi propri vanno sempre scritti come riportato nei testi dei problemi (con particolare riferimento alla lettera iniziale che di norma è *minuscola* anche per i nomi propri).

### Elenchi e liste

Gli elenchi di numeri o di nomi sono riportati come *liste* i cui elementi vengono scritti fra parentesi quadre separati da virgole *senza spazi*; seguono alcuni esempi:

- [a,e,i,o,u]: elenco o lista delle vocali dell’alfabeto italiano;
- [bo,mo,re,pr,pc,fe,fc,rn]: lista delle sigle automobilistiche dell’Emilia-Romagna.

### Stringhe

Si dice *stringa* una concatenazione di simboli, per esempio di lettere; nel linguaggio corrente (e in molti linguaggi di programmazione) spesso si racchiudono tra apici, per distinguerle dalle parole. Per esempio ‘casa’ è la stringa di quattro lettere (c, a, s, a) distinta dalla parola casa. In questo manuale le stringhe sono scritte come liste e quindi si scriverà [c,a,s,a] per l’esempio precedente.

### Tabelle e termini.

Per comprendere i dati contenuti in una tabella si devono conoscere il *nome* della tabella e le *entità* cui fanno riferimento i dati contenuti nelle singole colonne.

Sia data, per esempio, la seguente tabella di nome “studenti” che contiene la valutazione scolastica di alcuni studenti.

Nr	nome	cognome	voto italiano	voto matematica
1	Luca	Rossi	7	6
2	Luigi	Verdi	7	8
3	Maria	Bianchi	8	7
4	Marco	Neri	6	8

Nella regola di scrittura usata in questo progetto, spesso la descrizione della tabella viene data con il seguente *termine*:

**studenti(<numero>,<nome>,<cognome>,<voto italiano>,<voto matematica>)**

nel quale è riportato il nome della tabella (**studenti**) e sono esplicitati i contenuti delle 5 colonne

- il numero progressivo della riga (o dello studente),
- il nome dello studente,
- il cognome dello studente,
- il voto in italiano,
- il voto in matematica.

Il contenuto della tabella viene quindi riportato (non con il riquadro sopra visto, ma) con tanti termini quante sono le righe della tabella

**studenti(1,luca,rossi,7,6).**

**studenti(2,luigi,verdi,7,8).**

**studenti(3,maria,bianchi,8,7).**

**studenti(4,marco,neri,6,8).**

Si notino le iniziali minuscole, anche dei nomi propri.

Per descrivere con una tabella i materiali contenuti in un magazzino, supponendo che ogni materiale sia contraddistinto da una sigla e se ne debba descrivere il valore unitario e la quantità, si può usare una tabella corrispondente alla seguente *dichiarazione* (cioè struttura) del termine

**materiali(<sigla identificativa>,<valore unitario>,<quantità>).**

Un esempio specifico (nella ipotesi di 5 materiali) può essere il seguente

**materiale(s1,43,400).**

**materiale(s2,35,1000).**

**materiale(s3,18,2000).**

**materiale(s4,150,100).**

**materiale(s5,750,50).**

Da questa descrizione si desume che il materiale più costoso è identificato dalla sigla s5 e nel magazzino ne sono contenuti 50 pezzi.

## Classificazione dei problemi proposti con esempi (Italiano, Matematica, Scienze, Inglese, *misti* ...)

I problemi presentati in questo manuale (che non esauriscono quelli proposti alle competizioni!) si possono classificare (almeno parzialmente) nei seguenti tipi:

- *Project management*;
- Percorsi stradali (con pesi sugli archi e sui nodi);
- Insiemi e tabelle (relazionali);
- Alberi (genealogici);
- Grafi e reti di flusso;
- Manipolazione di stringhe (basi di numerazione, sottostringhe comuni, crittografia, ...);
- Torri di Hanoi;
- *Problem solver* e alberi AND/OR;
- Combinatoria (insieme potenza, *knapsack*, ripartizioni di monete, diete, ...);
- Semplice trattamento di liste numeriche (media, mediana, ...) e non;
- Uso “complesso” di Internet (per vocabolari, enciclopedie, notizie scientifiche o di attualità, ...).

Un esempio (assolutamente non esaustivo) di applicazione di tipi di problema alle aree disciplinari “umanistiche” è il seguente:

- Storia con torri di Hanoi.
- Storia con crittografia.
- Geografia con torri di Hanoi.
- Geografia con crittografia.
- Geografia con latitudine e longitudine.
- Inglese con testi bucati o con uso “complesso” del vocabolario.
- Inglese come testo di problemi di vario tipo.
- Italiano con testi bucati.
- Italiano con crittografia.
- Arte e cultura con crittografia.

N.B.

Si ricorda che a queste Olimpiadi di Problem Solving partecipano squadre di 4 studenti. Ad ogni sessione di allenamento o di gara sono assegnati (circa) 20 problemi variamente assortiti fra le tipologie sopra descritte. Tempo assegnato per la soluzione (circa) 3 ore.

Per la soluzione, gli studenti possono utilizzare tutti i supporti abitualmente a loro disposizione: manuali scolastici, enciclopedie, atlanti e personal computer anche collegati a Internet. Tra le abilità del Problem Solving c’è anche la capacità di sapersi servire delle risorse (cognitive e tecniche) disponibili!

## ESEMPI: Comprensione di un testo italiano

La comprensione viene saggiata (e migliorata con l'esercizio) da:

- testi “bucati” (nei testi presentati in questa tipologia di esercizi, alcune parole sono sostituite con le sigle X1, X2, .. Si deve quindi ricostruire il testo originale cercando di individuare le parole, elencate a parte, da inserire nel testo in modo da dare un senso compiuto.);
- uso di un dizionario su Internet;
- completamento di frasi che presentano una qualche (lieve!) difficoltà grammaticale.

N.B. Gli esempi sono di varie difficoltà: negli allenamenti e nelle selezioni saranno proposti problemi di difficoltà commisurata Alle fasi di avanzamento del progetto.

### ESERCIZIO

Nel seguente testo sostituire a X1, X2, ecc. le parole più opportune.

“In X1 le altre occupazioni, il frutto si raggiunge solo alla X2; nella X3, invece, la gioia si accompagna allo stesso atto del X4, poiché non prima si X5 e poi si gioisce, ma allo stesso tempo si gioisce X6.”

Parole da usare per le sostituzioni

- A) filosofia
- B) imparando
- C) fine
- D) tutte
- E) impara
- F) conoscere

Per indicare le sostituzioni, si deve associare a ciascuna X, nella tabella sotto riportata, la lettera che individua il vocabolo da inserire nel testo. Il primo accoppiamento è riportato a mo' di esempio.

X1	X2	X3	X4	X5	X6
D					

### SOLUZIONE

X1	X2	X3	X4	X5	X6
D	C	A	F	E	B

## ESERCIZIO

Nel seguente testo sostituire a X1, X2, ecc. con le parole più appropriate, elencate qui sotto, in modo da dare significato completo al periodo.

“Il X1 può essere X2 e può X3 dalla X4; per questo è più X5 come idea che come insieme di X6.”

Parole da usare per le sostituzioni

- A) esperienza
- B) apprendere
- C) rivoluzionario
- D) servizi
- E) istruito
- F) *computer*

Per indicare le sostituzioni, si deve associare a ciascuna X, nella tabella sotto riportata, la lettera che individua il vocabolo da inserire nel testo. Il primo accoppiamento è riportato a mo' di esempio.

X1	X2	X3	X4	X5	X6
F					

## SOLUZIONE

X1	X2	X3	X4	X5	X6
F	E	B	A	C	D

## ESERCIZIO

Nel seguente resoconto di viaggio in Cina, tratto da una rivista (appuntamento di viaggi) si sostituiscano le variabili X1, X2, X3, ecc. con gli appropriati valori scelti dall'elenco.

“Dall'Italia a Pechino, dove arriviamo il giorno seguente e già nel pomeriggio siamo in Piazza Tian'anmen. A piedi ci dirigiamo verso la porta di Quianmen sulla Dazhailan Diaje, strada con negozi d'ogni tipo e da qui sulla Liulichang dove vi sono interessanti negozietti d'antiquariato. L'indomani siamo al Mausoleo di X1, la fila di gente può scoraggiare, ma scorre velocemente anche perché non consentono di restare a lungo. Da qui con dei taxi in circa mezz'ora si arriva al Tempio dei Lama e al vicino Tempio di Confucio quindi al Palazzo d'estate un complesso di diversi edifici dislocati in un grande giardino con lago. Giornata dedicata all'escursione alla X2. Arriviamo a Badaling in poco più di un'ora. La X2 lunga 5760 km, con un'altezza alla base di 5 metri e una torre di guardia ogni 2/300 metri serpeggia, seguendo il profilo di colline, montagne e valli, dal Kansu al Mar Giallo; è un'opera ciclopica che ha impegnato centinaia di migliaia di uomini e costituisce una delle meraviglie del mondo. Completiamo la visita della città con il parco del Tempio del Cielo o della Preghiera e del Buon Raccolto. Visitiamo l'Altare Circolare e la Celeste Volta Imperiale. Ancora per la Piazza X3 entriamo nella Città Proibita. Iniziamo col visitare la Porta della Pace Celeste o Porta Tian'anmen, entriamo quindi nel Palazzo Imperiale conosciuto appunto come X4, visitiamo il tesoro imperiale e la zona dove si svolgeva la vita privata dell'imperatore. Lasciamo Pechino per raggiungere Xian passando per Datong, Yungang, Ping Yao un circuito ricco di arte, di storia e tradizione, senza turismo di massa, dove si respira ancora l'atmosfera della vecchia Cina. L'indomani con bus locali eccoci alla Torre del Tamburo, visitiamo il quartiere X5 con la Grande Moschea quindi il Museo Provinciale dello Shaanxi, il museo è organizzato in padiglioni dislocati in un giardino in uno dei quali sono contenute numerose steli (il museo è conosciuto anche come foresta delle steli). Sempre in autobus raggiungiamo l'ingresso al complesso che racchiude le tre aree relative alla Tomba dell'Imperatore, comunemente conosciuto come X6. Si visitano tre fosse racchiuse in capannoni con le statue in terracotta raffiguranti l'esercito dei guerrieri e un museo dove sono esposti i modelli in bronzo di due carrozze dell'epoca. La vista dei guerrieri rifiniti nei minimi dettagli, con i volti di soldati e comandanti ognuno con una diversa espressione è veramente emozionante.”

## ELENCO

1. Città Proibita
2. Grande muraglia
3. occidentale
4. Mao Tse Tung
5. Cenotafio dell'Imperatore
6. Ciou Enlay
7. Città Interdetta

8. Deng Xiaoping
9. musulmano
10. Tian'anmen
11. indocinese
12. l'Esercito di Terracotta

Per indicare le sostituzioni, si deve associare a ciascuna X, nella tabella sotto riportata, la lettera che individua il vocabolo da inserire nel testo. Il primo accoppiamento è riportato a mo' di esempio.

<b>X1</b>	<b>4</b>
<b>X2</b>	
<b>X3</b>	
<b>X4</b>	
<b>X5</b>	
<b>X6</b>	

SOLUZIONE

<b>X1</b>	<b>4</b>
<b>X2</b>	<b>2</b>
<b>X3</b>	<b>10</b>
<b>X4</b>	<b>1</b>
<b>X5</b>	<b>9</b>
<b>X6</b>	<b>12</b>



## ESERCIZIO

Nel seguente testo sostituire a X1, X2, ecc. le parole più appropriate tra quelle riportate più sotto, in modo da dare significato completo al periodo.

“Il pensiero computazionale rappresenta una X1 universale per affrontare X2, comporta un insieme di abilità e X3 che tutti, non solo gli X4 di professione, dovrebbero essere X5 di X6.”

Parole da usare per le sostituzioni

- A) problemi
- B) apprendere
- C) informatici
- D) ansiosi
- E) attitudine
- F) competenze

Per indicare le sostituzioni, si deve associare a ciascuna X, nella tabella sotto riportata, la lettera che individua il vocabolo da inserire nel testo. Il primo accoppiamento è riportato a mo' di esempio.

X1	X2	X3	X4	X5	X6
E					

## SOLUZIONE

X1	X2	X3	X4	X5	X6
E	A	F	C	D	B

## ESERCIZIO

Con riferimento ai concetti cui si riferiscono i vocaboli riportati nella prima colonna, associare ai simboli X e Y le lettere che identificano le frasi che illustrano una descrizione positiva (le X) e negativa (le Y) di questi concetti.

Concetto	Sinonimo	Contrario
Legalità	X1	Y1
Eclissare	X2	Y2
Educare	X3	Y3

- A. La scuola è l'istituzione preposta alla formazione dei giovani.
- B. Lo spaccio di stupefacenti è illegale.
- C. Era sereno, quando all'improvviso il cielo si oscurò e il sole scomparve.
- D. I cattivi esempi possono impedire una corretta evoluzione della società.
- E. Dopo la tempesta apparirà nel cielo uno magnifico arcobaleno e il sole tornerà a splendere.
- F. È legittimo che ogni cittadino pretenda il rispetto delle leggi da parte di ogni istituzione pubblica e privata.

Per indicare le sostituzioni, si deve associare a ciascuna X o Y, nella tabella sotto riportata, la lettera che individua il testo più opportuno.

X1	Y1	X2	Y2	X3	Y3

## SOLUZIONE

X1	Y1	X2	Y2	X3	Y3
F	B	C	E	A	D

## ESERCIZIO

Con riferimento ai concetti cui si riferiscono i vocaboli riportati nella prima colonna, associare ai simboli X e Y le lettere che identificano le frasi che illustrano una descrizione positiva (le X) e negativa (le Y) di questi concetti.

Concetto	Sinonimo	Contrario
Dubbio	X1	Y1
Custodi- re	X2	Y2
Sincerità	X3	Y3

- A. L'uomo giusto non nasconde mai la verità.
- B. Spesso, decisioni affrettate rischiano di produrre la perdita di risorse faticosamente accumulate.
- C. L'ipocrisia è un veleno che impedisce la crescita di rapporti di vera amicizia.
- D. A volte, il prendere decisioni importanti ci pone di fronte a un grave dilemma.
- E. Le biblioteche conservano traccia della storia e della cultura dei popoli.
- F. La certezza di essere nel giusto ci rende sicuri.

Per indicare le sostituzioni, si deve associare a ciascuna X o Y, nella tabella sotto riportata, la lettera che individua il testo più opportuno.

X1	Y1	X2	Y2	X3	Y3

## SOLUZIONE

X1	Y1	X2	Y2	X3	Y3
D	F	E	B	A	C

## ESERCIZIO

La prima delle seguenti tabelle associa alle sigle X1, X2, ecc. un vocabolo; la tabella successiva associa alle sigle A, B, ecc. possibili definizioni. Alcune definizioni non corrispondono ad alcun vocabolo della prima tabella.

X1	induttivo
X2	ricomporre
X3	oggettivo
X4	superamento
X5	abolizionismo
X6	decorrere
X7	inerzia

A	Uno stato di inattività fisica o mentale dovuto a mancanza di iniziativa
B	Soluzione positiva di una situazione di pericolo o di difficoltà
C	Avere il coraggio di affrontare una difficoltà
D	Un metodo di ragionamento (che tende a persuadere)
E	Rimettere insieme formando un tutto unitario
F	Relativo alla realtà fenomenica indipendente dalla percezione soggettiva
G	Entrare in vigore
Z	Per i vocaboli non definiti

Individuare le definizioni associando a ciascuna X, nella tabella sotto riportata, la lettera che individua il testo più opportuno. Se il vocabolo non è definito usare la sigla Z. La prima associazione è riportata a mo' di esempio.

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
D						

## SOLUZIONE

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
D	E	F	B	Z	G	A

## ESERCIZIO 8

Nel seguente schema sostituire alle variabili X1, X2, X3, X4, X5 i predicati corretti scelti da A1 a A10.

X5	subito a casa	non mi sarei	bagnato
se stessi	più attento	X3	di più
se fossi andato	prima a scuola	X4	di più e meglio
se sarò andato	bene a scuola	X2	una vacanza
X1	prima	non arriverei	sempre in ritardo

Predicati da scegliere:

- A1 se fossi andato
- A2 imparerei
- A3 avrò meritato
- A4 se mi alzassi
- A5 se andrò
- A6 meriterei
- A7 se mi alzerò
- A8 se andassi
- A9 avrei imparato
- A10 imparerei

Riportare l'accoppiamento tra le X e le A nella seguente tabella.

X1	
X2	
X3	
X4	
X5	

## SOLUZIONE

X1	A4
X2	A3
X3	A2
X4	A9
X5	A1

## ESEMPI: Storia e geografia

### ESERCIZIO 9

Si consideri la seguente tabella:

A	Rivoluzione francese
B	Cristoforo Colombo
C	Rivoluzione americana
D	Alessandro Magno
E	Napoleone Bonaparte
F	Il Re Sole
G	Scipione l'Africano
H	Caracalla
I	James Cook
J	Amerigo Vespucci
K	Leonida
L	Garibaldi
M	Armando Diaz
N	Romolo
O	Giulio Cesare
P	Marco Polo
Q	Attila

Si considerino le seguenti liste:

- L1 lista dei riferimenti a personaggi della storia romana dopo Cristo;
- L2 lista dei riferimenti a esploratori o esplorazioni geografiche successive alla scoperta dell'America;
- L3 lista dei riferimenti a condottieri militari vissuti fra la nascita di Cristo e la morte di Napoleone;
- L4 lista dei riferimenti a personaggi o eventi storici successivi alla rivoluzione francese.

Nella tabella successiva riportare le liste sopra descritte composte dalle lettere che identificano i riferimenti appropriati, elencandole nell'ordine cronologico: la prima lettera (a sinistra della lista) deve indicare il riferimento più antico. Qualche elemento della tabella data potrebbe non essere interessato in alcuna lista e qualche altro in più liste.

L1	
L2	
L3	
L4	

N.B. Si ricorda che le liste sono scritte tra parentesi quadre e gli elementi sono separati da una virgola (senza spazi); per esempio [A,C,D] oppure [Q,E,A,F,B].

### SOLUZIONE

L1	[H]
L2	[J,I]
L3	[Q,E,L]
L4	[E,L,M]

## ESERCIZIO 10

Si consideri la seguente tabella:

A	Scozia
B	Malta
C	Everest
D	Aconcagua
E	Kilimangiaro
F	Indo
G	Volga
H	Gobi
I	Gange
J	Nilo
K	Danubio
L	Loira
M	Monviso
N	Salento

Si considerino le seguenti liste:

- L1 lista dei riferimenti a fiumi che hanno la foce in un oceano.
- L2 lista dei riferimenti a monti che si trovano in Africa.
- L3 lista dei riferimenti a monti o territori asiatici.
- L4 lista dei riferimenti a fiumi che hanno la sorgente in Europa.

Nella tabella successiva riportare le liste sopra descritte composte dalle lettere che identificano i riferimenti appropriati, elencandole nell'ordine alfabetico: ogni lettera della lista deve precedere nell'alfabeto la successiva. Qualche elemento della tabella data potrebbe non essere interessato in alcuna lista e qualche altro in più liste.

L1	
L2	
L3	
L4	

## SOLUZIONE

L1	[F,I,L]
L2	[E]
L3	[C,H]
L4	[G,K,L]



## ESERCIZIO 11

La lista seguente contiene in ordine alfabetico le sigle automobilistiche di alcuni capoluoghi di provincia italiani.

[an,ao,ba,bg,bl,bo,br,bs,bz,ca,ce,cn,co,cr,ct,fg,fi,ge,im,kr,lu,me,mi,mn,na,no,pa,pe,pg,pi,pv,pz,ri,rn,roma,si,sr,sv,tn,to,ts,ve,vr,vt].

Facendo riferimento solo alle città rappresentate in questa lista, trovare la lista L delle sigle automobilistiche delle città che si trovano a nord est di Mantova. Elencare le sigle in modo da rispettare l'ordine crescente di latitudine delle città.

L = [...]

## SOLUZIONE

L = [ve,vr,ts,tn,bl,bz]

## ESEMPI: Comprensione di un testo inglese

La comprensione viene saggiata (e migliorata con l'esercizio) da:

- testi “bucati” (nei testi presentati in questa tipologia di esercizi, alcune parole sono sostituite con le sigle X1, X2, .. Si deve quindi ricostruire il testo originale cercando di individuare le parole, elencate sotto, da inserire nel testo in modo da dare un senso compiuto.);
- uso di un dizionario (anche su Internet);
- completamento di frasi che presentano una qualche (lieve!) difficoltà grammaticale.

### ESERCIZIO 12

Il seguente testo è preso da un noto vocabolario inglese. Leggere il testo e dare valore alle variabili X1, X2, ecc. scegliendo tra A1, A2, ecc.

“You X1 when you decide which thing you want; you X2 something by choosing very carefully; you X3 something without thinking very carefully; you X4 a particular course of action after examining its advantages and disadvantages.”

Espressioni da scegliere

- A1 opt for
- A2 choose
- A3 pick
- A4 select

Per indicare le sostituzioni, si deve associare a ciascuna X, nella tabella sotto riportata, la lettera che individua l'espressione da inserire nel testo.

X1	X2	X3	X4

### SOLUZIONE

X1	X2	X3	X4
A2	A4	A3	A1

## ESERCIZIO 13

Nel seguente testo inglese dare valore alle variabili X1, X2, ecc. scegliendo tra A1, A2, ecc.

“Computational X1 represents a universally applicable X2 and skill set everyone, not just computer X3, would be eager to X4 and use.”

Vocaboli da sostituire

A1 attitude

A2 scientists

A3 learn

A4 thinking

Per indicare le sostituzioni, si deve associare a ciascuna X, nella tabella sotto riportata, la lettera che individua il vocabolo da inserire nel testo.

X1	X2	X3	X4

## SOLUZIONE

X1	X2	X3	X4
A4	A1	A2	A3

## ESERCIZIO 14

Con riferimento all'elenco di vocaboli inglesi nella tabella sotto riportata, selezionare, dal successivo elenco, un sinonimo e un contrario per ciascuno dei vocaboli in tabella.

Term	Synonym	Opposite
to disguise	X1	Y1
bad	X2	Y2
wild	X3	Y3
patience	X4	Y4
to mourn	X5	Y5

Elenco di vocaboli tra cui scegliere i valori da attribuire alle variabili.

- A to be cheerful
- B to mask
- C to innovate
- D good
- E boar
- F endurance
- G bald
- H untamed
- I hidden
- J refined
- K hastiness
- L to grieve
- M to make apparent
- N nervous
- O wicked
- P wilt
- Q secure

Per indicare le sostituzioni, si deve associare a ciascuna X e Y, nella tabella sotto riportata, la lettera che individua il vocabolo da inserire nel testo. Il primo accoppiamento è riportato a mo' di esempio.

X1	Y1	X2	Y2	X3	Y3	X4	Y4	X5	Y5
B	M								

## SOLUZIONE

X1	Y1	X2	Y2	X3	Y3	X4	Y4	X5	Y5
B	M	O	D	H	J	F	K	L	A

## ESERCIZIO 15

Il testo che segue è ripreso dalla introduzione di una enciclopedia. Ricostruire il testo riportando nella tabella le lettere che corrispondono ai lemmi da sostituire alle rispettive X.

“The X1 of the articles will be the chief source of their value to the X2, but given the imposed X3, an important part of their X4 is the guide that their references and further X5 provide to the relevant literature. In addition, each X6 contains cross-references, indicated in small X7, to related X8 and a short list of *see also* cross-references at the X9 of the article.”

Lemmi da sostituire

- A reading
- B conciseness
- C capitals
- D article
- E articles
- F content
- G end
- H reader
- I value

La sostituzione per X4 è riportata a mo' di esempio.

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9
			I					

SOLUZIONE

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9
F	H	B	I	A	D	C	E	G

## ESERCIZIO 16

Si consideri il seguente elenco di lemmi:

- A clash
- B drift
- C fetch
- D impugn
- E palaver
- F slap
- G testimonial

Si considerino inoltre le seguenti definizioni lessicali:

- X1 to express doubts about something
- X2 to hit somebody with the palm of the hand
- X3 to come together and fight
- X4 to go and find and bring back something
- X5 a formal statement written by a former employer about somebody's abilities
- X6 trouble often with a lot of talk or argument
- X7 a continuous slow movement of wind or mater

Nella seguente tabella associare a ogni lettera A, B, ecc. la definizione X1, X2, ecc. opportuna. La prima associazione è data a mo' di esempio.

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
D						

## SOLUZIONE

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
D	F	A	C	G	E	B

## ESEMPI: Semplice trattamento di liste numeriche e non

Dato un insieme di valori numerici (per semplicità di un numero dispari di elementi), si dice *mediana* il numero che occuperebbe la posizione centrale se l'insieme fosse messo in ordine crescente. Ad esempio, la mediana dei numeri presenti nella seguente lista [1,3,5,7,6,4,2] è 4; infatti, il numero degli elementi minori di 4 (rappresentati dalla lista [1,2,3]) è uguale al numero di quelli che sono maggiori (rappresentati dalla lista [5,6,7]).

Dato un insieme di numeri, la *moda* è il numero ripetuto più volte. Esempio, la moda dell'insieme [1,5,4,2,5,1,4,5] è il numero 5 (ripetuto 3 volte).

La media di  $n$  numeri è la loro somma divisa per  $n$ .

### ESERCIZIO 17

Data la seguente lista di numeri interi

[17,61,19,2,3,7,5,13,51,14,17,18,1,18,2,11,5,2,8,13,7,9,1,12,3,3,13,10,7,14,11,61,17,1,2,9,12,13,1,3,4,3,2,2,5,17,12,6,2,3,17],

Trovare la mediana M1.

Trovare la media M2 arrotondata alle unità.

Trovare la moda M3

M1	
M2	
M3	

Soluzione

M1	8
M2	11
M3	2

## ESERCIZIO 18

Nove ragazzi (indicati con le prime nove lettere dell'alfabeto A, B, C, D, E, F, G, H, I) organizzano riunioni seduti attorno a un tavolo rotondo; nella prima riunione A è seduto nel posto numero 1, B nel 2 e così di seguito ordinatamente H nel posto 8 e I nel 9. In questa prima riunione, A è seduto fra B e I. Per le riunioni successive, decidono di cambiare di posto usando la regola descritta dalla seguente tabella

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	1	6	3	9	5	4	8	7

Chi in una riunione occupa il posto indicato dalla prima riga, nella successiva andrà nel posto corrispondente indicato nella seconda riga. Così, A che nella prima riunione è al posto 1, nella seconda andrà nel posto 2, B si scambia il posto con A e H starà sempre al posto 8. Le posizioni di C nelle successive sedute sono indicate dalla seguente sequenza: 6, 5, 9, 7, 4, 3, 6.

Trovare le posizioni Pd, Pe, Pf, Pg, Pi occupate rispettivamente da D, E, F, G, I nella quinta seduta.

Pd	P	Pf	Pg	Pi
	e			

Soluzione

Pd	P	Pf	Pg	Pi
	e			
9	3	4	5	6



## Liste di istruzioni

Si devono consegnare delle pizze alle abitazioni poste ai numeri *dispari* di una stessa via.

Per rispettare i tempi delle prenotazioni, le pizze devono essere consegnate seguendo le istruzioni scritte usando un codice che specifica come spostarsi avanti (per esempio A2, per muoversi di due posti) e indietro (per esempio I5, per muoversi di 5 posti) lungo la via a partire da un punto specificato. Un esempio di consegna di 4 pizze: se a partire dalla casa al numero 1 le istruzioni fossero descritte dalla seguente lista [A2,A1,I2], le consegne seguirebbero il seguente ordine [1,5,7,3] che indica i numeri civici (dispari!) delle abitazioni cui effettuare le consegne.

### ESERCIZIO 19

Si devono consegnare 7 pizze alle abitazioni che corrispondono ai seguenti numeri civici [1,3,5,7, 9,11,13]. Le istruzioni per la consegna, a partire dalla abitazione al numero 1, sono le seguenti:

[A3,A3,I5,A4,I1,I2].

Trovare la lista L che contiene i numeri civici delle abitazioni disposti secondo l'ordine di consegna delle pizze.

L	
---	--

### SOLUZIONE

L	[1,7,13,3,11,9,5]
---	-------------------

## ESERCIZIO 20

Si devono consegnare (solo) 8 pizze ad alcune abitazioni che corrispondono ai seguenti 9 numeri civici (dispari) seguenti [1,3, 5,7,9,11,13,15,17]. Le istruzioni per la consegna, a partire dalla abitazione al numero 1, sono le seguenti:

[A4,A3,I4,A7,I3,A1].

A quale numero civico N non è stata consegnata alcuna pizza?.

N	
---	--

## SOLUZIONE

N	5
---	---

## Separatore tra liste

Sono date due liste di numeri *pari*  $L_m$ , detta *lista dei minori*, e  $L_M$  detta *lista dei maggiori*. I numeri sono disposti in ordine non decrescente, come mostrato nel seguente esempio:

$$L_m = [12, 12, 14, 18, 22, 24],$$

$$L_M = [16, 20, 26, 28, 28, 30, 30, 30, 32].$$

Un “separatore” per queste due liste è un numero *dispari* per il quale si fa l’ipotesi che sia *maggiore* di tutti i numeri della lista  $L_m$  e *minore* di tutti quelli della lista  $L_M$ . Poiché alcuni numeri della prima lista sono maggiori di alcuni numeri della seconda (vedi l’esempio), ad ogni separatore ipotizzato  $S$  viene associato un errore dato dal numero di elementi di  $L_m$  maggiori di  $S$  più il numero di elementi di  $L_M$  minori di  $S$ . Con riferimento alle due liste sopra viste, nella tabella seguente sono riportati alcuni esempi di separatori e dei rispettivi errori.

Separatore	1	1	2	2	<b>2</b>	27
	7	9	1	3	<b>5</b>	
Errore	4	3	4	3	<b>2</b>	3

Si dice “separatore ottimale” il numero dispari cui corrisponde l’errore minimo. In questo caso il separatore ottimale è il numero 25.

## ESERCIZIO 21

Date le seguenti coppie di liste

$$L_m = [14, 14, 14, 18, 18, 22, 26, 26],$$

$$L_M = [16, 20, 20, 24, 24, 24, 28, 28, 28, 28]$$

Trovare il separatore ottimale  $S$ .

SOLUZIONE

## Ordinamento

Data una lista di numeri diversi, per esempio  $[1,5,2,4]$ , è possibile alterare l'ordine dei suoi elementi scambiando di posto *due cifre adiacenti*. Con mosse successive è quindi possibile spostare gli elementi della lista in modo da ottenere la permutazione ordinata crescente; in questo esempio, l'ordinamento si ottiene con due mosse:

$$[1,5,2,4] \rightarrow [1,2,5,4] \rightarrow [1,2,4,5].$$

La lista  $[2,5,4,3]$  può essere ordinata con tre mosse:

$$[2,5,4,3] \rightarrow [2,4,5,3] \rightarrow [2,4,3,5] \rightarrow [2,3,4,5].$$

### ESERCIZIO 22

Date le seguenti liste

$$L1 = [1,9,2,8,3,7],$$

$$L2 = [2,1,4,3,6,5,8,7,10,9]$$

$$L3 = [9,8,7,6,5,4,3,2,1]$$

Trovare il numero minimo di mosse ( $N1$ ,  $N2$ ,  $N3$  rispettivamente per  $L1$ ,  $L2$ ,  $L3$ ) necessario per ottenere le corrispondenti permutazioni ordinate crescenti.

N1	N2	N3

Soluzione

N1	N2	N3
6	5	36

## Distanza tra due liste (o stringhe)

Date due liste L1 e L2 di caratteri (per esempio L1= [r,i,s,o,t,t,o] e L2= [p,r,e,s,t,o]) si definisce distanza di L1 da L2 il numero *minimo* di “mosse” da eseguire su L1 per renderla uguale a L2. Una sostituzione, o mossa, è una delle seguenti tre operazioni:

- a) sostituzione di un carattere di L1 con altro carattere di L2,
- b) inserimento di un nuovo carattere in L1,
- c) cancellazione di un carattere di L1.

Ad esempio, L1 può essere trasformata in L2 con 13 mosse: infatti con 7 cancellazioni L1 diventa uguale alla lista vuota [ ] e con cinque inserimenti successivi (dei 5 caratteri p,r,e,s,t,o) la lista vuota diventa uguale a L2. Ma L1 può trasformarsi in L2 anche con un minimo di 4 mosse: la distanza di L1 da L2 è quindi 4; la sequenza ottimale è la seguente:

- 1) inserire p come primo elemento di L1;
- 2) sostituire i con e;
- 3) cancellare o;
- 4) cancellare una t.

## ESERCIZIO

Trovare la distanza D tra le due liste M1=[q,p,a,l,z,m,g] e M2=[h,q,x,a,m,g].

Trovare la distanza H tra le due liste N1=[r,o,m,a,g,n,a] e N2=[m,a,g,i,a].

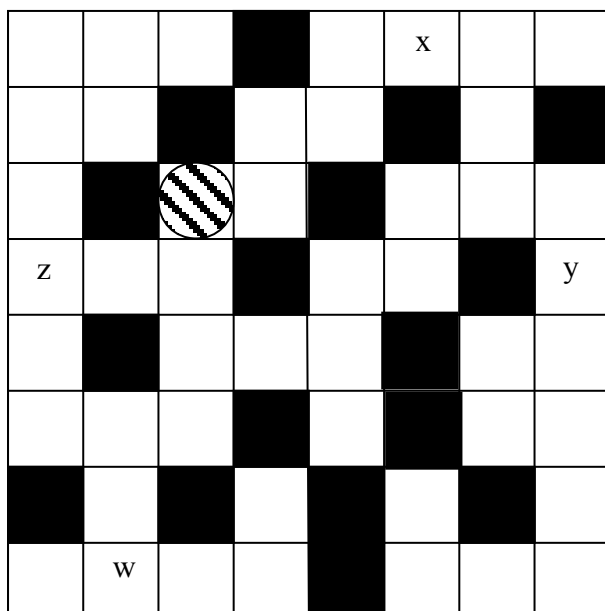
D	H

## SOLUZIONE

D	H
4	3

## Percorsi su una scacchiera

Una pedina tonda si muove su una “scacchiera” (vedi figura) potendo spostarsi solamente sulle caselle bianche con la seguente regola: in ogni mossa la pedina si può spostare di una qualunque distanza (o numero di caselle) in orizzontale o in verticale, ma non può scavalcare una casella nera.



Per esempio la pedina, dalla posizione occupata nella figura, ha a disposizione (solo) quattro mosse: di una casella a destra, di una casella in basso, di due caselle in basso e di tre caselle in basso. Per raggiungere una qualunque altra casella (bianca) la pedina deve fare più di una mossa; per esempio 2 mosse per raggiungere la casella z, 3 per w e 5 per x. Qual è il numero minimo M di mosse necessarie per spostare la pedina dalla posizione mostrata a quella indicata dalla lettera y?

M

SOLUZIONE

M
7

## ESEMPI: Project management

### ESERCIZIO

Alcuni ragazzi decidono di realizzare una mostra sui beni architettonici della loro città. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in 9 attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro.

La tabella che segue descrive le 9 attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, ... , A9), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni per completarla.

attività	ragazzi	giorni
A1	6	1
A2	1	3
A3	2	1
A4	1	4
A5	1	1
A6	3	5
A7	1	2
A8	4	1
A9	4	1

Le priorità fra le attività sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla a sinistra è terminata. L'attività che non ha precedenti è la prima, quella che non ha successori è l'ultima. Questo è l'elenco delle coppie: (A1,A2), (A1,A3), (A3,A4), (A3,A5), (A3,A6), (A2,A7), (A5,A7), (A4,A8), (A7,A8), (A6,A9), (A8,A9).

- Trovare il numero minimo di giorni  $N$  necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo ed è disponibile un numero sufficiente di ragazzi.

- L'attività A1 inizia il giorno 1; trovare il numero  $X1$  che individua il giorno in cui lavora il maggior numero  $M1$  di ragazzi e il numero  $X2$  del giorno in cui lavora il minor numero  $M2$  di ragazzi. Supponendo che la retribuzione media giornaliera per ragazzo sia di 90 euro, calcolare il costo complessivo  $S$  del progetto.

N	X1	M1	X2	M2	S

Un modo per risolvere problemi di questo tipo è costruire una tabella; nella prima colonna si riportano le singole attività e nelle colonne successive si riporta, giorno per giorno, il numero dei ragazzi impegnati per ogni singola attività, rispettando le priorità fra le attività (ad esempio l'impegno dei ragazzi per le attività A2 e A3 inizierà dal giorno 2, quando l'attività precedente A1 è finita; l'attività A7 potrà iniziare solo al giorno 5, quando sono terminate entrambe le attività A2 e A5, mentre l'attività A6 può iniziare il giorno 3, avendo come precedente la sola attività A3 che termina il giorno 2).

Attività	Giorni							
	1	2	3	4	5	6	7	8
A1	6							
A2		1	1	1				
A3		2						
A4			1	1	1	1		
A5			1					
A6			3	3	3	3	3	
A7					1	1		
A8							4	
A9								4

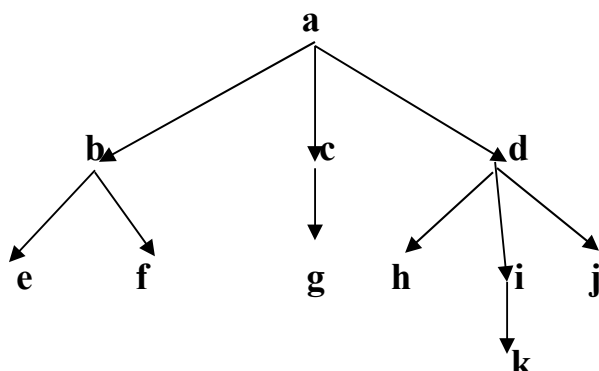
Il calcolo di S è banale. La soluzione del problema è quindi la seguente

N	X1	M1	X2	M2	S
8	7	7	2	3	3690



## ESEMPI: Alberi (genealogici)

La seguente figura rappresenta un albero.



contenente i *nodi* a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k. Gli alberi possono essere descritti da un termine come

**arco(<genitore>,<figlio>)**

in tal modo, l'albero sopra riportato può essere rappresentato dal seguente elenco di termini:

arco(a,b)   arco(a,c)   arco(a,d)   arco(b,e)   arco(b,f)   arco(c,g)  
 arco(d,h)   arco(d,i)   arco(d,j)   arco(i,k)

Il primo nodo del termine è il *genitore* e il secondo è il *figlio* (es. **d** è il genitore di **i**). Il nodo **a** è la *radice* dell'albero; i nodi **e**, **f**, **g**, **h**, **j**, **k** sono le *foglie*. La radice non ha genitore; le foglie non hanno figli. In questo esempio, i nodi **b**, **c**, **d** sono i figli di **a**. Le foglie, escluso il nodo **k**, sono *nipoti* di **a**; i nodi **h**, **j** sono *fratelli* di **i** e la lista [**e**,**f**,**g**] contiene i suoi *cugini* (figli dei fratelli del suo genitore). Il nodo **a**, radice dell'albero, è il *bisnonno* di **k**. La lista [**b**,**d**] contiene gli *zii* di **g** (i fratelli del suo genitore).

### ESERCIZIO

Disegnare l'albero descritto dal seguente insieme di termini e rispondere ai quesiti sotto riportati.

arco(a,b)   arco(a,c)   arco(a,d)   arco(a,e)   arco(b,f)   arco(b,g)   arco(b,h)  
 arco(c,i)   arco(c,j)   arco(d,k)   arco(e,l)   arco(e,m)   arco(e,n)   arco(g,o)  
 arco(i,p)   arco(i,q)   arco(j,r)   arco(k,s)   arco(k,t)   arco(m,u)   arco(m,v)  
 arco(r,x)   arco(r,y)   arco(d,z)

Scrivere in ordine alfabetico la lista L1 degli zii di v.

Scrivere in ordine alfabetico la lista L2 degli zii di z.

Trovare il numero N1 dei cugini di z.

Scrivere in ordine alfabetico la lista L3 dei nodi che hanno c come nonno.  
Scrivere in ordine alfabetico la lista L4 dei nodi che hanno almeno un pronipote.

L1	L2	N1	L3	L4

SOLUZIONE

L1	L2	N1	L3	L4
[l,n]	[b,c,e]	8	[p,q,r]	[a,c]

## ESEMPI: Grafi (stradali)

La struttura di termine, già usata per descrivere un albero o i dati contenuti in una tabella, può anche essere usata per descrivere un reticolo stradale detto anche *grafo*; per esempio, il termine

**arco(<nodo1>,<nodo2>,<distanza>)**

descrive l'esistenza di una congiungente fra due nodi del grafo con la indicazione della distanza tra i due nodi (in opportune unità: per esempio km). Naturalmente possono esistere grafi *non orientati* che rappresentano strade percorribili in entrambi i sensi o grafi *orientati* che descrivono percorsi a senso unico. N.B. in questo caso in nome del termine è immateriale.

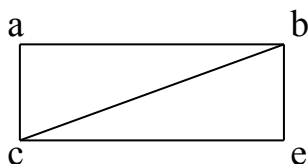
### ESERCIZIO

Dato il seguente grafo stradale

$z(a,b,5)$      $z(b,c,6)$      $z(c,a,3)$      $z(c,e,4)$      $z(e,b,7)$

trovare la lista ordinata  $L$  dei nodi che descrive il percorso più breve tra i nodi  $e$  ed  $a$ ; calcolarne la lunghezza  $K$ .

Si disegna il grafo (avendo rilevato che ci sono quattro nodi:  $a, b, c, d$ ):



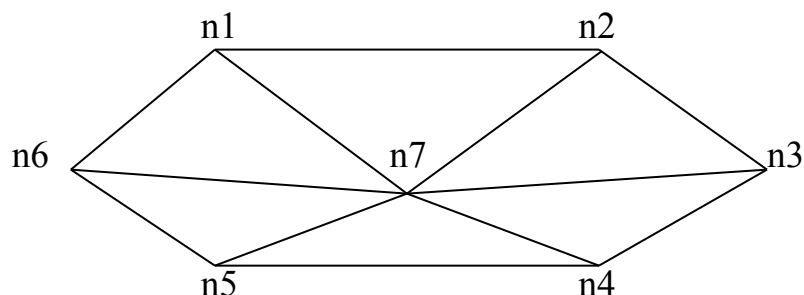
Si verifica che esistono 4 percorsi diversi fra i nodi  $e$  ed  $a$  ed è facile costruire le relative liste e calcolarne la lunghezza

- |                                    |                             |
|------------------------------------|-----------------------------|
| 1) $L = [e,c,b,a]$                 | $K = 15$ ;                  |
| 2) $L = [e,b,a]$                   | $K = 12$ ;                  |
| <b>3) <math>L = [e,c,a]</math></b> | <b><math>K = 7</math> ;</b> |
| 4) $L = [e,b,c,a]$                 | $K = 16$ ;                  |

La soluzione è indicata in grassetto.

## ESERCIZIO

Il seguente grafo stradale (non orientato)



può quindi essere descritto dal seguente elenco di termini (ciascuno dei quali definisce un arco del grafo)

$a(n1,n2,2)$   $a(n2,n3,5)$   $a(n3,n4,3)$   $a(n4,n5,4)$   $a(n5,n6,2)$   $a(n6,n1,3)$   
 $a(n1,n7,8)$   $a(n2,n7,6)$   $a(n3,n7,1)$   $a(n4,n7,9)$   $a(n5,n7,7)$   $a(n6,n7,4)$

Come già osservato, un percorso tra due nodi viene descritto con la lista dei nodi che lo compongono ordinati dal nodo di partenza al nodo di arrivo.

Trovare la lista L del percorso più breve fra il nodo n6 e il nodo n1, che passa per tutti i nodi del grafo e calcolare la lunghezza K di questo percorso.

L	
K	

Soluzione

L	[n6, n5, n4, n3, n7, n2, n1]
K	18

## ESERCIZIO

Dato il grafo stradale descritto dai seguenti termini:

$$\begin{array}{cccc} z(a,b,5) & z(b,c,6) & z(c,a,3) & z(a,d,1) \\ z(b,d,2) & z(c,e,4) & z(e,d,8) & z(e,b,7) \end{array}$$

trovare la lista ordinata L dei nodi che descrive il percorso più breve tra i nodi e ed a; calcolarne la lunghezza K.

L	
K	

## SOLUZIONE DETTAGLIATA

$$\begin{array}{ll} L = [e, c, b, a] & K = 15 ; \\ L = [e, d, b, a] & K = 15 ; \\ L = [e, b, a] & K = 12 ; \\ L = [e, c, b, d, a] & K = 13 ; \\ L = [e, b, d, a] & K = 10 ; \\ L = [e, d, a] & K = 9 ; \\ L = [e, c, a] & K = 7 ; \\ L = [e, d, b, c, a] & K = 19 ; \\ L = [e, b, c, a] & K = 16 ; \end{array}$$

## ESERCIZIO

Quando il grafo è molto complesso, può essere utile utilizzare il seguente suggerimento: costruire contemporaneamente due classi di percorsi parziali: quelli che partono dal nodo iniziale e quelli che partono dal nodo finale. Quindi cercare il miglior modo possibile per collegare un percorso del primo tipo con uno del secondo.

Dato il seguente grafo stradale

$z(a,b,5)$ .     $z(b,c,6)$ .     $z(c,a,3)$ .     $z(a,d,1)$ .     $z(e,f,7)$ .     $z(c,f,2)$ .  
 $z(b,d,2)$ .     $z(c,e,4)$ .     $z(e,d,8)$ .     $z(e,b,7)$ .     $z(e,g,3)$ .     $z(g,f,4)$ .  
 $z(h,d,2)$ .     $z(h,e,4)$ .     $z(g,h,8)$ .     $z(g,i,7)$ .     $z(i,g,3)$ .     $z(c,i,4)$ .

Trovare la lista ordinata  $L$  dei nodi che descrive il percorso più breve tra i nodi  $i$  ed  $a$ ; calcolarne la lunghezza  $K$ .

L	
K	

## ESERCIZIO

Una caccia al tesoro prevede di passare per alcuni nodi contrassegnati dalle sigle n1, n2, n3, n4, n5, n6, n7, n8, n9, n10, n11, n12. In ogni nodo si trova un foglio su cui è scritto un numero. Il contenuto dei fogli nei diversi punti è descritto dalla tabella seguente (data come termini di nome “punto”).

punto(n1,7420)	punto(n2,4140)	punto(n3,2740)	punto(n4,5409)
punto(n5,1408)	punto(n6,9040)	punto(n7,3640)	punto(n8,8403)
punto(n9,3405)	punto(n10,8444)	punto(n11,5555)	punto(n12,4444)

Il grafo che descrive i collegamenti tra questi nodi ha le seguente dichiarazione (o struttura):

**g(<nodo1>,<nodo2>,<distanza>,<tempo>,<tipo di collegamento>)**

la distanza è in chilometri, il tempo per passare da un nodo all’altro è in minuti e il tipo di collegamento può essere “t” per treno e “a” per auto ed è espresso da un lista. I collegamenti sono i seguenti:

g(n1,n2,12,8,[t,a])	g(n1,n4,15,10,[a])	g(n1,n5,24,16,[t])
g(n1,n11,36,24,[t])	g(n2,n3,22,18,[t,a])	g(n2,n5,25,12,[t])
g(n2,n7,14,16,[t,a])	g(n2,n10,6,14,[a])	g(n3,n7,2,8,[t,a])
g(n6,n7,5,8,[t,a])	g(n6,n10,17,17,[t])	g(n10,n12,6,4,[t])
g(n10,n9,12,8,[t,a])	g(n8,n9,15,10,[t,a])	g(n4,n8,24,16,[t,a])
g(n8,n11,36,24,[t]).		

Due squadre che partecipano alla caccia al tesoro; a ciascuna viene assegnata una coppia di nodi (inizio e fine di un percorso): la squadra deve trovare il percorso che soddisfa alcuni vincoli e che consente di riportare il massimo punteggio come somma dei numeri raccolti nei punti attraversati (compresi la partenza e l’arrivo).

Squadra 1. Percorso da n1 a n10, può usare solo il treno, e ha un tempo massimo di 70 minuti; trovare la lista L1 dei nodi che definiscono il percorso (elencati da n1 a n10, estremi inclusi) che consente di raccogliere il massimo punteggio V1.

Squadra 2. Percorso da n3 a n8, può usare o solo l’auto o solo il treno, e ha un tempo massimo di 57 minuti; trovare la lista L2 dei nodi che definiscono il percorso (elencati da n3 a n8, estremi inclusi) che consente di raccogliere il massimo punteggio V2 e indicare il mezzo M di trasporto usato (treno o auto).

Riportare le soluzioni nella seguente tabella.

L1	
V1	
L2	
V2	
M	

## SOLUZIONE

L1	[n1,n2,n3,n7,n6,n10]
V1	35424
L2	[n3,n7,n2,n10,n9,n8]
V2	30772
M	auto



## ESEMPI: Crittografia

### Crittografia di Cesare

Per familiarizzare lo studente con queste problematiche viene introdotto il (semplice!) metodo crittografico ideato da Giulio Cesare; questo metodo consiste nel sostituire ogni lettera presente in un messaggio (detto *in chiaro* perché intellegibile) con quella che, nell'ordine alfabetico, segue a una distanza predefinita detta *chiave* (di Cesare). Per esempio, volendo cifrare un messaggio con chiave  $K = 3$ , si deve usare la traslitterazione definita dalla seguente tabella:

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c

in cui la prima riga contiene le lettere dell'alfabeto nell'ordine standard e la seconda riga inizia con la lettera individuata dalla chiave (nell'esempio la chiave è 3 e il nuovo ordinamento inizia dalla terza lettera dopo la a). Se  $K = 0$  oppure  $K = 26$ , il messaggio compare in chiaro! Si assume sempre  $K < 26$ .

Per semplicità (evitare nuovi connettivi) i messaggi saranno *stringhe*: quindi liste di caratteri.

La stringa [r,o,m,a] criptata con chiave  $K=3$  diventa [u,r,p,d], mentre criptata con chiave  $K=5$  diventa [w,t,r,f]. Data la stringa [d,q,n,q,i,p,c], sapendo che rappresenta una città capoluogo di una regione italiana, con qualche tentativo si può verificare che si tratta della versione criptata con chiave  $K=2$  della stringa [b,o,l,o,g,n,a].

### ESERCIZIO

In questo esercizio sono date alcune liste corrispondenti a nomi di città criptati; scrivere le corrispondenti liste che mettono in chiaro i nomi di queste città, e la chiave usata. Il primo risultato viene proposto a mo' di esempio.

Nomi criptati	Nomi in chiaro	Chiave
[s, q, z, a, h, m]	[g, e, n, o, v, a]	12
[c,n,y,r,e,z,b]		
[m, z, o, a, z, m]		
[d, u, y, u, z, u]		
[m, x, s, q, d, u]		

### **Crittografia con chiavi multiple**

Per rendere più complicata l'operazione di decifratura di una stringa crittografata col metodo di Giulio Cesare, si può ricorrere alla "cifratura multipla". In questo caso, se la cifratura avviene con due chiavi  $K_1$  e  $K_2$ , le lettere che occupano una posizione dispari vengono crittografate con la chiave  $K_1$  e quelle in posizione pari con chiave  $K_2$ . Ad esempio, la stringa [r,o,m,a] criptata con chiavi  $K_1=5$  e  $K_2=3$  diventa [w,r,r,d].

Una ulteriore complicazione si può ottenere utilizzando tre chiavi; in tal caso, la stringa [r,o,m,a], con chiavi  $K_1=10$ ,  $K_2=2$  e  $K_3=4$ , diventa [b,q,q,k].

Il metodo può essere applicato con un numero qualsiasi di chiavi.

### **ESERCIZIO**

Trovare la capitale europea "nascosta" nella stringa [t,t,t,y,b,t] criptata con 3 chiavi!

(Per limitare il numero dei tentativi è opportuno individuare l'insieme (molto limitato) delle soluzioni possibili! La soluzione non può che essere ...)

Supponiamo di descrivere una lista di numeri in tre modi diversi, come illustrato dal seguente esempio:

- 1) [1,3,5,4,4,3,4],
- 2) [u,n,o,t,r,e,c,i,n,q,u,e,q,u,a,t,t,r,o,q,u,a,t,t,r,o,t,r,e,q,u,a,t,t,r,o],
- 3) [z,s,t,y,w,j,h,n,s,v,z,j,v,z,f,y,y,w,t,v,z,f,y,y,w,t,y,w,j,v,z,f,y,y,w,t]:

cioè:

- 1) la lista dei numeri, ciascuno scritto in cifre,
- 2) la lista di *tutti* i caratteri usati per le parole associate ai numeri,
- 3) la copia di questa seconda lista crittografata col metodo Giulio Cesare (nell'esempio con chiave 5).

Per semplicità, nell'esempio i numeri sono tutti di una cifra decimale.

### ESERCIZIO

Data la seguente lista di numeri (crittografata col metodo Giulio Cesare)

[c,o,d,d,o,c,o,d,d,o,x,y,f,o,m,s,x,a,e,o,n,e,o,n,e,o,x,y,f,o,n,e,o,n,e,o]

trovare: la chiave di cifratura K, la media M1, la moda M2 e la mediana M3.

N.B. Le risposte vanno date usando cifre.

K	
M4	
M5	
M6	

### SOLUZIONE

K1	10
M1	5
M2	2
M3	5

[c,o,d,d,o,c,o,d,d,o,x,y,f,o,m,s,x,a,e,o,n,e,o,n,e,o,x,y,f,o,n,e,o,n,e,o]

[s,e,t,t,e,s,e,t,t,e,n,o,v,e,c,i,n,q,u,e,d,u,e,d,u,e,n,o,v,e,d,u,e,d,u,e]

K = 10 ;

## ESEMPI: Grafi e reti di flusso

Sul fianco di una montagna esistono numerose sorgenti. L'acqua di una sorgente, che si suppone fluire in modo continuo e costante, può scorrere a valle attraverso uno o più rivoli. Può avvenire che uno o più rivoli convergano in un punto in cui esiste una sorgente; in tal caso, la loro acqua si aggiunge a quella fornita dalla sorgente attraversata. Questa situazione è quindi descrivibile con un grafo orientato in cui i nodi rappresentano le sorgenti e le frecce rappresentano i rivoli. I nodi o sorgenti in cui non entrano rivoli si chiamano anche *radici*.

Una rete è descritta da due tabelle (o, equivalentemente da due tipi di termine):

**s(<sorgente>,<litri d'acqua al minuto>),**

che specifica la portata (cioè la quantità d'acqua che sgorga) di ogni sorgente (che è un nodo del reticolo),

**r (<sorgente1>,<sorgente2>),**

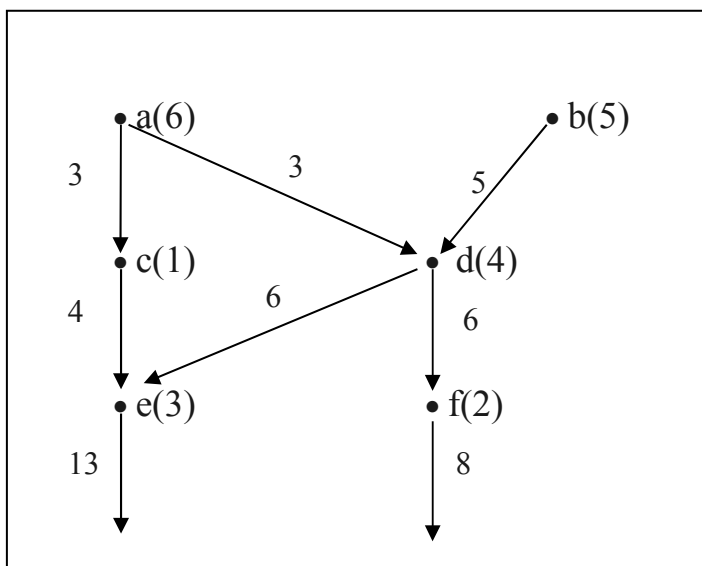
che specifica la presenza di un rivolo che porta acqua dalla sorgente1 alla sorgente2. Se da una sorgente escono più rivoli, si supporrà sempre che l'acqua si divide in parti uguali fra ciascuno di essi.

La rete descritta dal seguente esempio:

s(a,6), s(b,5), s(c,1), s(d,4), s(e,3), s(f,2);

r(a,c), r(a,d), r(b,d), r(c,e),r(d,e), r(d,f);

è visualizzabile dalla seguente figura, in cui a ogni nodo (sorgente) è associato tra parentesi la portata *data dal problema* e a ogni freccia (rivolo) è associata pure la portata *calcolata*. I nodi a e b sono radici.



La quantità d'acqua che esce dai nodi **c**, **d**, **e**, ogni minuto, è riportata dalla seguente tabella.

c	e	f
4	1	8

	3	
--	---	--

## ESERCIZIO

Un reticolo con due radici in **a,b** è descritto dalle seguenti due tabelle

$s(\mathbf{a},9)$ ,  $s(\mathbf{b},5)$ ,  $s(\mathbf{c},2)$ ,  $s(\mathbf{d},1)$ ,  $s(\mathbf{e},2)$ ,  $s(\mathbf{f},1)$ ,  $s(\mathbf{g},2)$ ,

$r(\mathbf{a},\mathbf{d})$ ,  $r(\mathbf{b},\mathbf{e})$ ,  $r(\mathbf{a},\mathbf{c})$ ,  $r(\mathbf{a},\mathbf{e})$ ,  $r(\mathbf{c},\mathbf{f})$ ,  $r(\mathbf{d},\mathbf{f})$ ,  $r(\mathbf{e},\mathbf{f}),r(\mathbf{e},\mathbf{g})$ .

Riportare nella tabella la quantità di acqua che esce dai nodi **f,g**.

f	g

## SOLUZIONE

f	g
1	7
5	

## ESEMPI: Deduzioni formali

Il termine

**regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)**

può essere interpretato come una *regola di deduzione* che consente di dedurre il “conseguente” supponendo noti tutti gli elementi contenuti nella lista degli antecedenti; ogni regola è poi identificata in modo univoco da una sigla. Sia dato il seguente insieme di regole che si riferisce ad alcuni “fatti” (o proposizioni), in

regola(11,[a,b],z)	regola(12, [a,f,g],w)
regola(13, [a,b,f],q)	regola(14, [r,g],b)
regola(15, [a,b],s)	regola(16, [b,s],y)
regola(17, [q,r],a)	regola(18, [q,a],g)
regola(19, [a,b,s],w)	regola(20, [a,f,s],w)

è possibile, per esempio, dedurre  $y$  da  $[a,b]$  con le regole riportate ordinatamente nella lista  $[15,16]$ ; infatti, con la regola 15 si deduce prima  $s$  da  $[a,b]$  e quindi con la regola 16 si deduce  $y$  da  $[b,s]$ . Pertanto si può dire che la lista  $[15,16]$ , che mostra le regole da applicare ordinatamente, descrive il procedimento per dedurre (o “calcolare” alla Leibniz)  $y$  a partire dagli elementi  $[a,b]$ .

La lista  $[13,18,12]$  descrive il procedimento per dedurre  $w$  da  $[a,b,f]$ .

### ESERCIZIO

Con riferimento alle regole sopra viste, scrivere la lista ordinata  $L$  delle regole da applicare per dedurre  $w$  dagli antecedenti  $[a,b]$ . I numeri che individuano le regole da applicare vanno scritti nell’ordine di applicazione, separati da virgola senza spazi.

L

### SOLUZIONE

L
[15,19]

## ESEMPI: Combinatoria

### ESERCIZIO

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. L'insieme dei minerali è descritto da una tabella che ha la seguente dichiarazione

**tabx(<sigla del minerale>, <valore in €>, <peso in Kg>).**

Il contenuto del deposito è il seguente.

tabx(m1,30,53).

tabx(m2,16,27).

tabx(m3,24,42).

tabx(m4,37,49).

tabx(m5,43,78).

Per esempio, la lista [m2,m4,m5] descrive un insieme di minerali il cui valore complessivo è di 110 €, con un peso di 180 Kg.

Trovare le risposte ai seguenti quesiti; se la risposta è una lista, riportare le sigle in ordine crescente; per le sigle si ha il seguente ordine: m1 < m2 < ... < m5.

Determinare il numero N di carichi diversi che si possono effettuare trasportando esattamente 4 minerali con un valore del carico di almeno 120 €.

Tra questi carichi, trovare la lista L del carico nel quale la somma dei valori dei minerali è massima e calcolarne peso P e valore V.

N	
L	
P	
V	

### SOLUZIONE

N	3
L	[m1,m3,m4,m5]
P	222
V	134



## ESERCIZIO

In un salvadanaio sono presenti le monete descritte nella seguente tabella:

valore	quantità
1	3
2	2
5	1
10	2

Con alcune monete presenti in questo salvadanaio è possibile costruire gruzzoli di valore diverso; per esempio con due monete è possibile ottenere nove valori diversi come descritto nel seguente elenco.

1+1	2
1+2	3
2+2	4
5+1	6
5+2	7
10+1	11
10+2	12
10+5	15
10+10	20

Trovare il numero K di valori diversi che si possono ottenere con 3 monete.

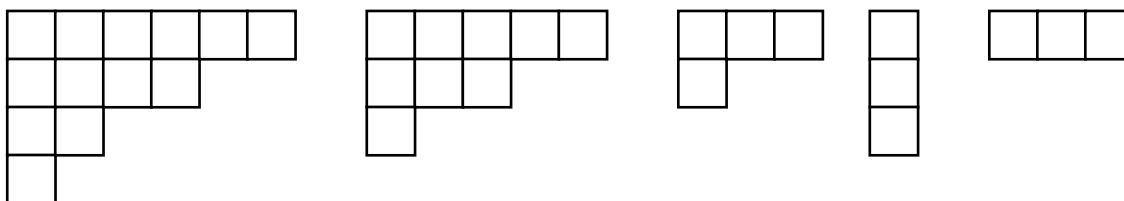
K

Soluzione

K
14

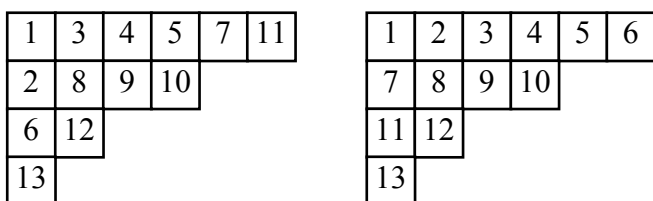
### Problemi tipo “Young”

Si dice diagramma di Ferrers una figura come le seguenti:

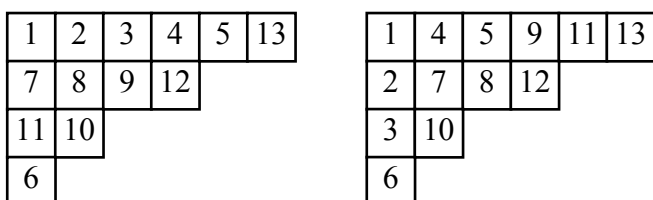


formate da un certo numero di quadrati (rispettivamente 13, 9, 4, 3, 3) *distribuiti* in una o più righe, in modo che il numero di quadrati in una riga sia più piccolo o al massimo eguale a quello della riga precedente ; la prima figura si indica anche con (6, 4, 2, 1) esplicitando la lunghezza delle varie righe; le successive con (5, 3, 1); (3, 1); (1, 1, 1); (3). Per ricordare il numero complessivo di caselle si scrive anche  $13 \vdash (6, 4, 2, 1)$ ;  $9 \vdash (5, 3, 1)$ ;  $4 \vdash (3, 1)$ ;  $3 \vdash (1, 1, 1)$ ;  $3 \vdash (3)$ .

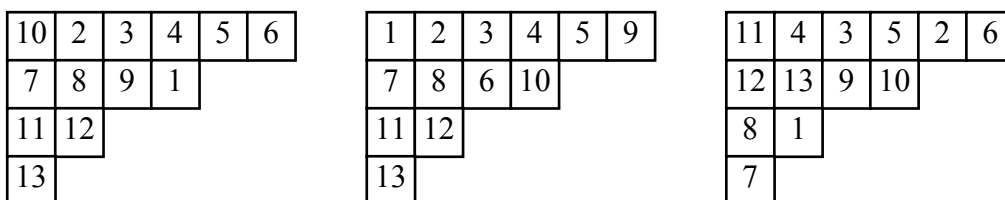
Si dice diagramma di Young un diagramma di Ferrers in cui sono stati sistemati i numeri da 1 a n, dove n è il numero delle caselle; i seguenti sono esempi.



Un diagramma di Young si dice *standard* se i numeri sono sistemati in ordine crescente per riga e per colonna. Sono esempi di diagrammi di Young standard i precedenti e i seguenti.

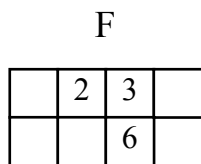
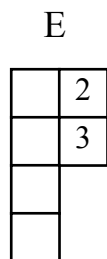
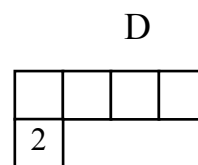
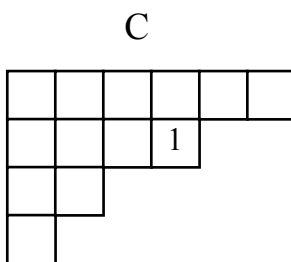
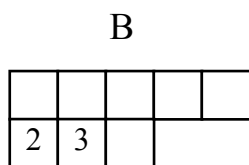
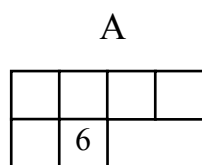


Sono, invece, non standard i seguenti.



### ESERCIZIO

In quanti modi si possono completare i seguenti diagrammi di Young in modo che siano standard?



A	
B	
C	
D	
E	
F	

SOLUZIONE

A	4
B	0
C	0
D	1
E	0
F	1

## Inglese e Combinatoria

### ESERCIZIO

The land of Fantasia is centered upon a large circular lake. Around this lake is a circular highway, with five cities placed along the highway. The distances between the cities are as follows:

Distance	City P	City Q	City R	City S	City T
City P		6 Km	2 Km	3 Km	4 Km
City Q	6 Km		4 Km	3 Km	2 Km
City R	2 Km	4 Km		5 Km	6 Km
City S	3 Km	3 Km	5 Km		1 Km
City T	4 Km	2 Km	6 Km	1 Km	

Note that there are always two different ways of travelling from one city to another (corresponding to the two different direction around the lake); the table above lists the shorter distance in each case.

You are travelling along the highway in a constant direction around the lake. In which order might you travel past the five cities?

- A) [P,Q,S,T,R]
- B) [P,R,S,T,Q]
- C) [S,Q,T,R,P]
- D) [Q,T,S,P,R]
- E) [P,T,S,Q,R]

Soluzione D

## Palindromi

Definizione: in questo esercizio una lista di tre cifre si dice palindroma se la prima cifra è uguale alla terza. Per esempio sono palindromi le seguenti liste: [1,3,1], [5,2,5]. La lista seguente [1,5,3,4,8,4,9] contiene la sottostringa o sottolista (contigua) palindroma [4,8,4].

Data una lista di cifre, è possibile modificarla utilizzando le due seguenti regole:

- 1) se tre cifre consecutive della lista formano una palindroma (cioè se la prima cifra della terna è uguale alla terza) allora le tre cifre vengono scartate. Per esempio, la lista [1,6,3,2,3,5] può diventare [1,6,5].
- 2) una singola cifra, esclusa 9, può essere aumentata di una unità. Per esempio, la lista [1,6,6,7,2,5] può essere modificata in [1,7,6,7,2,5] e, successivamente (applicando la regola 1), diventare [1,2,5] con la eliminazione della palindroma [7,6,7].

## ESERCIZIO

Qual è il minor numero  $N$  di volte in cui si deve applicare la regola 2) in modo da trasformare la lista [2,9,4,5,6,3,0,1,1] nella lista vuota [ ] ?

N	
---	--

## SOLUZIONE

N	4
---	---

Queste sono le trasformazioni successive.

[2,9,4,5,6,3,0,1,1]

[2,9,5,5,6,3,0,1,1]

[2,9,6,5,6,3,0,1,1]

[2,9,3,0,1,1]

[3,9,3,0,1,1]

[0,1,1]

[1,1,1]

[ ]

## ESEMPI: Torre di Hanoi

### ESERCIZIO

Un gioco consiste di una tavoletta con tre pioli numerati con 1, 2, 3 come mostrato in figura 1. Sul piolo tre c'è una pila di dischi su ciascuno dei quali è inciso il nome di una città italiana. Si possono spostare i dischi solamente UNO alla volta dalla cima della pila di un piolo e infilarlo in un altro piolo: ciascun spostamento costituisce una *mossa*. Qual è il numero minimo di mosse  $M$  necessarie per trasferire i dischi al piolo 1 in modo che dall'alto in basso la longitudine delle città sia crescente? (Ovviamente occorre prima trovare la distribuzione finale delle città sul piolo 1 e poi calcolare il numero minimo di mosse per ottenere quella distribuzione).

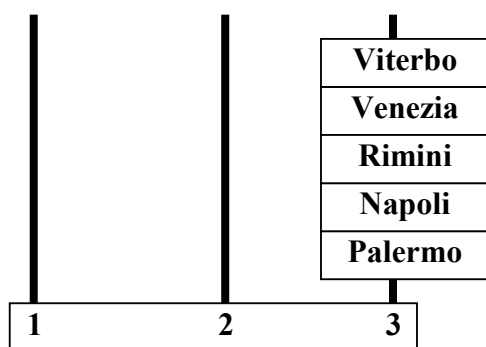


Figura 1. Stato iniziale

M

### SOLUZIONE

M
8

Trovare con un atlante o su Internet che l'ordine finale nel piolo 1 deve essere il seguente, dall'alto in basso: Viterbo, Venezia, Rimini, Palermo, Napoli. Quindi si mettono i dischi Viterbo, Venezia e Rimini nel piolo 2, poi Napoli e Palermo nel piolo 1 e quindi i dischi Rimini, Venezia e Viterbo nel piolo 1.

## Esempi di problemi di difficoltà crescente

Dato il seguente grafo stradale

$$\begin{array}{llll} z(a,b,5). & z(b,c,6). & z(c,a,3). & z(a,d,1). \\ z(c,e,4). & z(e,d,8). & z(e,b,7). & \end{array}$$

Trovare la lista ordinata  $L$  dei nodi che descrive il percorso più breve tra i nodi  $e$  ed  $a$ ; calcolarne la lunghezza  $K$

$$L = [e, c, b, a] \quad K = 15 ;$$

$$L = [e, b, a] \quad K = 12 ;$$

$$L = [e, d, a] \quad K = 9 ;$$

$$L = [e, c, a] \quad K = 7 ;$$

$$L = [e, b, c, a] \quad K = 16 ;$$

Dato il seguente grafo stradale

$z(a,b,5)$ .     $z(b,c,6)$ .     $z(c,a,3)$ .     $z(a,d,1)$ .  
 $z(b,d,2)$ .     $z(c,e,4)$ .     $z(e,d,8)$ .     $z(e,b,7)$ .

Trovare la lista ordinata L dei nodi che descrive il percorso più breve tra i nodi e ed a;  
 calcolarne la lunghezza K

$L = [e, c, b, a]$              $K = 15$  ;

$L = [e, d, b, a]$              $K = 15$  ;

$L = [e, b, a]$              $K = 12$  ;

$L = [e, c, b, d, a]$      $K = 13$  ;

$L = [e, b, d, a]$              $K = 10$  ;

$L = [e, d, a]$              $K = 9$  ;

$L = [e, c, a]$              $K = 7$  ;

$L = [e, d, b, c, a]$      $K = 19$  ;

$L = [e, b, c, a]$              $K = 16$  ;



Dato il seguente grafo stradale

$z(a,b,5)$ .     $z(b,c,6)$ .     $z(c,a,3)$ .     $z(a,d,1)$ .     $z(b,d,2)$ .     $z(c,d,6)$ .  
 $z(c,e,4)$ .     $z(e,d,8)$ .     $z(e,b,7)$ .

Trovare la lista ordinata L dei nodi che descrive il percorso più breve tra i nodi e ed a;  
 calcolarne la lunghezza K

$L = [e, d, c, b, a]$      $K = 25$  ;

$L = [e, c, b, a]$      $K = 15$  ;

$L = [e, c, d, b, a]$      $K = 17$  ;

$L = [e, d, b, a]$      $K = 15$  ;

$L = [e, b, a]$      $K = 12$  ;

$L = [e, c, b, d, a]$      $K = 13$  ;

$L = [e, b, d, a]$      $K = 10$  ;

$L = [e, c, d, a]$      $K = 11$  ;

$L = [e, b, c, d, a]$      $K = 20$  ;

$L = [e, d, a]$      $K = 9$  ;

$L = [e, b, d, c, a]$      $K = 18$  ;

$L = [e, d, c, a]$      $K = 17$  ;

$L = [e, c, a]$      $K = 7$  ;

$L = [e, d, b, c, a]$      $K = 19$  ;

$L = [e, b, c, a]$      $K = 16$  ;

Procedure.

Per descrivere i procedimenti di calcolo può essere utile usare forme linguistiche simili a quelle presenti nei linguaggi di programmazione; in questi casi viene di fatto definito un così detto “pseudo linguaggio di programmazione”.

Primo esempio.

```
Inizio procedura
Acquisire i valori di due variabili A e B;
se A >= B,
    allora porre C=A
    altrimenti porre C=B.
fine dell'alternativa.
Far conoscere il valore della variabile C
Fine procedura
```

È facile verificare che questa procedura calcola C come il maggiore di due numeri dati A e B.

Secondo esempio.

```
Inizio procedura
Acquisire il valore della variabile N.
Porre il valore della variabile S=0
Per tutti i valori interi di K a partire da K=1 fino a K=N ripetere le seguenti operazioni
    H= K*K; (* è il segno di moltiplicazione)
    S=S+H
Fine ciclo
Far conoscere il valore di S.
```

È Facile verificare che la procedura calcola la somma dei quadrati dei numeri interi da 1 a N. Per N=4, il risultato è quindi S = 28.

Problema. Data la seguente procedura.

```
Inizio procedura
Acquisire i valori di A1, A2, A3, A4, A5, A6 e N
Porre il valore delle variabili S1=0 e S2=0
Per tutti i valori interi di K a partire da K=1 fino a K=N ripetere le seguenti operazioni
    se AK >= 0,
        allora porre S1=S1+AK
        altrimenti porre S2=S2+AK.
    fine dell'alternativa
Fine del ciclo
Far conoscere il valore di S1 e S2.
```

È facile verificare che questa procedura calcola S1 come somma dei valori positivi dell'insieme dato (A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub>, A<sub>4</sub>, A<sub>5</sub>, A<sub>6</sub> e S2 come somma di quelli negativi.