

## 1 diff 2

Si ricorda che il termine  $z(\langle \text{nodo1} \rangle, \langle \text{nodo2} \rangle, \langle \text{distanza} \rangle)$  descrive un percorso stradale che unisce  $\text{nodo1}$  e  $\text{nodo2}$ , con la indicazione della relativa distanza (per esempio in chilometri). Sia data il seguente grafo stradale

$z(a,b,5)$ .       $z(b,c,6)$ .       $z(c,a,3)$ .       $z(a,d,1)$ .  
 $Z(c,d,6)$ .       $z(c,e,4)$ .       $z(e,d,5)$ .       $z(e,b,7)$ .

Un percorso tra due nodi viene descritto con la lista dei nodi che lo compongono ordinati dal nodo di partenza al nodo di arrivo.

Trovare il numero  $N1$  di percorsi diversi che esistono dal nodo  $e$  al nodo  $a$  quindi calcolare la lunghezza  $K1$  di quello minimo; trovare inoltre il numero  $N2$  di quanti fra questi percorsi passano per il nodo  $c$  e tra questi calcolare la lunghezza  $K2$  di quello minimo.

N1	
K1	
N2	
K2	

Soluzione

N1	9
K1	6
N2	7
K2	7

$L = [e, d, c, b, a]$	$K = 22 ;$
$L = [e, c, b, a]$	$K = 15 ;$
$L = [e, b, a]$	$K = 12 ;$
$L = [e, c, d, a]$	$K = 11 ;$
$L = [e, b, c, d, a]$	$K = 20 ;$
$L = [e, d, a]$	$K = 6 ;$
$L = [e, d, c, a]$	$K = 14 ;$
$L = [e, c, a]$	$K = 7 ;$
$L = [e, b, c, a]$	$K = 16 ;$

## 2 diff 1

Le caratteristiche di un gruppo di ragazzi sono descritte in due tabelle che hanno la seguente dichiarazione:

tab1(<nome del ragazzo>, <lingua parlata>, <hobby>, <sport>)

tab2(<nome del ragazzo>, <sigla della città di residenza>, <età>).

Il contenuto specifico di queste due tabelle è il seguente

tab1(giovanni, francese, musica, calcio).

tab1(gio, inglese, musica, calcio).

tab1(luca, finnico, francobolli, ciclismo).

tab1(giorgio, portoghese, musica, calcio).

tab1(danilo, inglese, fumetti, tennis).

tab1(lorenzo, finnico, storia, ciclismo).

tab1(mario, francese, musica, basket).

tab1(marco, francese, alpinismo, tennis).

tab1(piero, spagnolo, cinema, calcio).

tab1(lucy, francese, cinema, basket).

tab1(fabio, spagnolo, alpinismo, basket).

tab1(pierino, portoghese, musica, tennis).

tab2(giovanni, bo, 12).

tab2(gio, mo, 11).

tab2(luca, fi, 12).

tab2(giorgio, rn, 12).

tab2(danilo, mi, 13).

tab2(lorenzo, lu, 12).

tab2(mario, bo, 13).

tab2(marco, rn, 12).

tab2(piero, fe, 13).

tab2(lucy, mi, 11).

tab2(fabio, pi, 11).

tab2(pierino, ar, 13).

Trovare il numero N1 dei ragazzi di 13 anni che amano la musica.

Trovare il numero N2 dei ragazzi toscani che parlano francese).

Trovare il numero N3 dei ragazzi emilano-romagnoli che giocano a calcio.

N1	N2	N3

Soluzione

N1	N2	N3
2	0	4

### 3 Elem diff 2

In questo esercizio sono date alcune liste corrispondenti a nomi di città italiane, capoluoghi di provincia dell'Italia settentrionale, criptati col metodo Giulio Cesare (con alfabeto di 26 lettere). Per ciascuna lista, trovare la chiave usata per criptare e scrivere la corrispondente lista che mette in chiaro il nome di ciascuna città. Il primo risultato viene proposto a mo' di esempio.

criptato	chiave	chiaro
[w, n, r, n, s, n]	5	[r, i, m, i, n, i]
[d, z, c, r, e, f]		
[p, n, w, x, e, j]		
[m, v, i, f, e, r]		
[w, h, a, o, o, w, j, z, n, e, w]		

Soluzione

criptato	chiave	chiaro
[w, n, r, n, s, n]	5	[r, i, m, i, n, i]
[d, z, c, r, e, f]	17	[m, i, l, a, n, o]
[p, n, w, x, e, j]	9	[g, e, n, o, v, a]
[m, v, i, f, e, r]	17	[v, e, r, o, n, a]
[w, h, a, o, o, w, j, z, n, e, w]	22	[a, l, e, s, s, a, n, d, r, i, a]

#### 4. diff 4

Si ricorda che il termine  $a(\langle \text{nodo1} \rangle, \langle \text{nodo2} \rangle, \langle \text{distanza} \rangle)$  descrive un percorso stradale che unisce  $\text{nodo1}$  e  $\text{nodo2}$ , con la indicazione della relativa distanza (per esempio in chilometri). Sui nodi di questa rete sono distribuiti dei punteggi definiti, nodo per nodo, con un termine del seguente tipo  $\text{punteggio}(\langle \text{nodo} \rangle, \langle \text{valore} \rangle)$ . Sia dato il seguente grafo stradale

$a(n1, n2, 5)$ .     $a(n2, n3, 7)$ .     $a(n3, n4, 6)$ .     $a(n4, n5, 4)$ .     $a(n5, n6, 2)$ .     $a(n6, n1, 3)$ .  
 $a(n1, n5, 8)$ .     $a(n2, n4, 6)$ .     $a(n2, n5, 1)$ .

Ai nodi di questo grafo sono assegnati punteggi definiti dalla seguente tabella  
 $\text{punteggio}(n1, 10)$ .     $\text{punteggio}(n2, 7)$ .     $\text{punteggio}(n3, 12)$ .     $\text{punteggio}(n4, 15)$ .  
 $\text{punteggio}(n5, 19)$ .     $\text{punteggio}(n6, 5)$ .

Trovare i percorsi tra i nodi della rete sopra definita che soddisfano i vincoli descritti nelle singole domande. Un percorso tra due nodi viene descritto con la lista dei nodi che lo compongono ordinati dal nodo di partenza al nodo di arrivo.

Trovare la lista  $L1$  del percorso più breve fra il nodo  $n6$  e il nodo  $n3$ , la sua lunghezza  $K1$  e la somma  $S1$  dei punteggi assegnati ai nodi del percorso.

Trovare la lista  $L2$  del percorso più breve fra il nodo  $n2$  e il nodo  $n5$ , la sua lunghezza  $K2$  e la somma  $S2$  dei punteggi assegnati ai nodi del percorso.

L1	
K1	
S1	
L2	
K2	
S2	

Soluzione

L1	[n6, n5, n2, n3]
K1	10
S1	43
L2	[n2, n5]
K2	1
S2	26

## 5. diff 2

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. L'insieme dei minerali è descritto da una tabella che ha la seguente dichiarazione  $\text{tabx}(\langle \text{sigla} \rangle, \langle \text{valore in } \text{€} \rangle, \langle \text{peso in Kg} \rangle)$ .

Il contenuto del deposito è il seguente.

$\text{tabx}(m1,20,15)$ .       $\text{tabx}(m2,18,12)$ .       $\text{tabx}(m3,22,14)$ .  
 $\text{tabx}(m4,37,24)$ .       $\text{tabx}(m5,33,17)$ .       $\text{tabx}(m6,28,18)$ .  
 $\text{tabx}(m7,72,99)$ .

Trovare le risposte ai seguenti quesiti; se la risposta è una lista, riportare le sigle in ordine **decrescente**; per le sigle si ha il seguente ordine:  $m1 < m2 < m3 < \dots < m7$ .

Trovare il numero N di carichi diversi che si possono effettuare trasportando esattamente 3 minerali con un valore del carico di almeno 75 € e un peso non superiore a 50 Kg.

Tra questi carichi, trovare la lista L del carico nel quale la somma dei valori dei minerali è massima e calcolarne peso P e valore V.

N	
L	
P	
V	

Soluzione

N	5
L	[m6, m5, m2]
P	49
V	83

**s(83, 49, [m6, m5, m3])**

s(79, 47, [m6, m5, m2])

s(81, 50, [m6, m5, m1])

s(75, 46, [m5, m3, m1])

s(77, 50, [m4, m3, m2])

## 6. diff 3

Dato un insieme di numeri, si dice mediana il numero che occuperebbe la posizione centrale se l'insieme fosse ordinato. Ad esempio, la mediana dei numeri presenti nella seguente lista [1,3,5,7,6,4,2] è 4; infatti, il numero degli elementi minori di 4, [1,2,3], è uguale al numero di quelli che sono maggiori di 4, [5,6,7].

Dato un insieme di numeri, la moda è il numero ripetuto più volte. Esempio, la moda dell'insieme [1,5,4,2,5,1,4,5] è il numero 5 (ripetuto 3 volte).

La media di  $n$  numeri è la loro somma divisa per  $n$  ( $n > 0$ ).

1. Una lista di numeri può essere descritta in tre modi diversi, come illustrato dal seguente esempio:

1) [1,3,5,4,4,3,4],

2) [u,n,o,t,r,e,c,i,n,q,u,e,q,u,a,t,t,r,o,q,u,a,t,t,r,o,t,r,e,q,u,a,t,t,r,o],

3) [z,s,t,y,w,j,h,n,s,v,z,j,v,z,f,y,y,w,t,v,z,f,y,y,w,t,y,w,j,v,z,f,y,y,w,t]:

la lista delle cifre, la lista dei caratteri usati per descrivere i numeri con parole e la copia di questa seconda lista crittografata col metodo Giulio Cesare (nell'esempio con chiave 5).

Problema

Data la seguente lista di numeri (crittografata col metodo Giulio Cesare)

[g, k, y, d, t, y, s, y, i, u, y, i, u, j, j, u, k, d, e, d, e, l, u, j, h, u, k, d, e]

trovare: la chiave di cifratura  $K$ , la media  $M1$ , la moda  $M2$  e la mediana  $M3$ .

N.B. Le risposte vanno date usando cifre.

K	
M4	
M5	
M6	

Soluzione

K	16
M1	6
M2	1
M3	6

[q, u, i, n, d, i, c, i, s, e, i, s, e, t, t, e, u, n, o, n, o, v, e, t, r, e, u, n, o]

[g, k, y, d, t, y, s, y, i, u, y, i, u, j, j, u, k, d, e, d, e, l, u, j, h, u, k, d, e]

$K = 16$

## 7 Elem diff 1

Qui sotto, sono riportate le misure per calcolare l'area di un trapezio; i numeri sono scritti in lettere e sono crittografati col metodo di Giulio Cesare. I tre numeri sono crittografati con chiavi diverse.

Base maggiore N1 = [c, o, n, s, m, s]

Base minore N2 = [j, u, j, o, i, o]

Altezza N3 = [i, b, r, w, q, w]

Trovare le 3 chiavi K1, K2, K3 usate per crittografare rispettivamente N1, N2, N3 e l'area A del trapezio (da riportare in cifre).

K1	K2	K3	A

Soluzione

K1	K2	K3	A
10	6	14	154

=====

Base maggiore [s, e, d, i, c, i] [c, o, n, s, m, s]

Base minore [d, o, d, i, c, i] [j, u, j, o, i, o]

Altezza [u, n, d, i, c, i] [i, b, r, w, q, w]

K = 10 ;

K = 6 ;

K = 14

## 8. Elem diff 2

In un salvadanaio sono presenti le monete descritte nella seguente tabella:

valore	quantità
1	3
2	1
5	2
10	1

Trovare il numero K1 di valori diversi che si possono ottenere con 2 monete.

Trovare il numero K2 di valori diversi che si possono ottenere con 3 monete.

K1	K2

Soluzione

K1	K2
8	10

1+1+1	3	1+1	2
1+1+2	4	1+2	3
1+1+5	7	1+5	6
1+2+5	8	2+5	7
1+5+5	11	5+5	10
1+1+10	12	1+10	11
1+2+10	13	2+10	12
1+5+10	16	5+10	15
2+5+10	17		
5+5+10	20		



### 9. . Elem diff 2

Un gioco consiste di una tavoletta con tre pioli numerati con 1, 2, 3 come mostrato in figura 1. Disposta sul piolo tre c'è una pila di dischi su ciascuno dei quali è inciso il nome di una città italiana. Si può spostare UN SOLO disco alla volta, dalla cima della pila di un piolo e infilarlo in un altro piolo: ciascun spostamento costituisce una *mossa*. Con riferimento alla figura sotto riportata, qual è il numero minimo di mosse  $M$  necessarie per trasferire i dischi dal piolo 3 al piolo 1 in modo che dall'alto in basso (sul piolo 1) la longitudine delle città sia crescente? (**Prima** trovare la distribuzione finale delle città sul piolo 1 e **poi** calcolare il numero minimo di mosse per ottenere quella distribuzione).

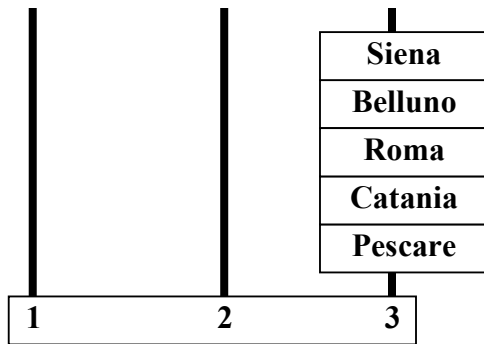


Figura 1. Stato iniziale

M

Soluzione

M
8

Dall'alto in basso: Siena, Belluno, Roma, Pescara, Catania

## 10 diff 4

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti storici significativi della loro regione. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in 9 attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro.

La tabella che segue descrive le 9 attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, ..., A9), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni per completarla.

attività	ragazzi	giorni
A1	6	1
A2	2	2
A3	2	3
A4	4	1
A5	1	4
A6	1	4
A7	2	2
A8	2	2
A9	5	1

Le priorità fra le attività sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla a sinistra è terminata. L'attività che non ha priorità è la prima, quella che non ha successori è l'ultima. Questo è l'elenco delle coppie: (A1,A2), (A1,A3), (A1,A4), (A2,A7), (A3,A8), (A4,A5), (A4,A6), (A5,A9), (A6,A9), (A7,A9), (A8,A9).

Trovare quanti giorni  $N$  sono necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività deve iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità).

L'attività A1 inizia il giorno 1; trovare il numero  $X1$  che individua il giorno in cui lavora il maggior numero  $M1$  di ragazzi e il numero  $X2$  del giorno in cui lavora il minor numero  $M2$  di ragazzi. Supponendo che la retribuzione media giornaliera per ragazzo sia di 90 euro, calcolare il costo complessivo  $S$  del progetto.

N	X1	M1	X2	M2	S

Soluzione

N	X1	M1	X2	M2	S
7	2	8	6	4	3690

### 11 diff 3

Un giuoco consiste di una tavoletta con tre pioli numerati con 1, 2, 3 come mostrato in figura 1. Infilati sul piolo tre c'è una pila di dischi su ciascuno dei quali è inciso il nome di una città italiana. Si possono spostare i dischi solamente UNO alla volta dalla cima della pila di un piolo e infilarlo in un altro piolo: ciascun spostamento costituisce una *mossa*. Qual è il numero minimo di mosse  $M$  necessarie per trasferire i dischi al piolo 1 in modo che dal basso all'alto la latitudine delle città sia crescente?

(**Prima** trovare la distribuzione finale delle città sul piolo 1 e **poi** calcolare il numero minimo di mosse per ottenere quella distribuzione).

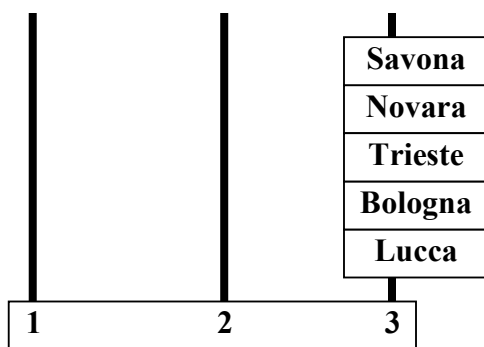


Figura 1. Stato iniziale

M

M
11

Ordine dal basso all'alto: Lucca, Savona, Bologna, Novara, Trieste

## 12 diff 2

Le stringhe sotto riportate contengono, crittografate col metodo Giulio Cesare), nome e cognome di un importantissimo poeta italiano del medioevo e il titolo del suo poema; le due informazioni sono crittografate con due chiavi diverse.

Nome e cognome: [k, h, a, l, h, s, p, n, o, p, l, y, p]

Titolo del libro: [r, g, j, o, b, o, t, g, i, u, s, s, k, j, o, g].

Problema.

Trovare le chiavi K1 e K2 usate per crittografare rispettivamente nome e cognome e il titolo del poema in oggetto.

K1	
K2	

Soluzione

K1	7
K2	6

[d, a, n, t, e, a, l, i, g, h, i, e, r, i] [k, h, u, a, l, h, s, p, n, o, p, l, y, p]      K = 7 ;

[l, a, d, i, v, i, n, a, c, o, m, m, e, d, i, a] [r, g, j, o, b, o, t, g, i, u, s, s, k, j, o, g]      K = 6

### 13 Elem diff 4

**Nelle lezioni di educazione alimentare, i ragazzi hanno classificato alcuni alimenti in relazione al contenuto proteico e al loro costo. I risultati di questa classificazione sono stati descritti da una tabella avente la dichiarazione  $\text{tabx}(\langle \text{sigla dell'alimento} \rangle, \langle \text{contenuto proteico} \rangle, \langle \text{costo} \rangle)$ .**

**Il contenuto della tabella riporta i dati relativi a 6 alimenti ed è il seguente:**

$\text{tabx}(m1, 20, 35)$ .

$\text{tabx}(m2, 25, 22)$ .

$\text{tabx}(m3, 5, 6)$ .

$\text{tabx}(m4, 30, 55)$ .

$\text{tabx}(m5, 2, 4)$ .

$\text{tabx}(m6, 5, 9)$ .

**Trovare le risposte ai seguenti quesiti; se la risposta è una lista, riportare le sigle degli elementi in ordine crescente di sigla; per le sigle si ha il seguente ordine  $m1 < m2 < m3 < \dots < m6$ .**

Con gli elementi sopra descritti, calcolare il numero N di diete che si possono costruire con valore proteico almeno 50 con una spesa non superiore a 70.

Tra queste diete, trovare la lista degli elementi L corrispondente a quella meno costosa e valutarne il costo C e il valore proteico P.

N	
L	
C	
P	

Soluzione

N	<b>4</b>
L	[m1, m2, m3]
C	<b>63</b>
P	<b>50</b>

$t(52, 70, [m1, m2, m5, m6])$

$t(52, 67, [m1, m2, m3, m5])$

$t(50, 66, [m1, m2, m6])$

**$t(50, 63, [m1, m2, m3])$**

## 14 diff 2

Le stringhe sotto riportate contengono, crittografate col metodo Giulio Cesare (con alfabeto di 26 lettere), il nome di due imperatori della storia romana; queste due informazioni sono crittografate con due chiavi diverse.

Nome1: [l, o, c, t, l, y, z];

Nome2: [m, b, m, h]

Trovare le chiavi N e M con cui sono stati criptati rispettivamente Nome1 e Nome2.

N	M

Soluzione

N	M
1	19
1	

[a, d, r, i, a, n, o] [l, o, c, t, l, y, z] K = 11 ;

[t, i, t, o] [m, b, m, h] K = 19 ;

## 15 diff 4

La lista seguente contiene un insieme di numeri criptati col metodo di Giulio Cesare.  
I nomi in chiaro di questa lista sono in parte scritti in italiano e parte scritti in inglese. La lista crittografata è la seguente:

[b, n, e, n, w, w, x, e, n, n, r, p, q, c, d, w, x, c, a, n, c, q, a, n, n, z, d, j, c, c, a, x]

Trovare la chiave di cifratura K e somma M1, mediana M2 e moda M3 dei numeri contenuti nella lista, da scrivere in cifre.

K	M1	M2	M3

Soluzione

K	M1	M2	M3
9	35	4	3

[s, e, v, e, n, n, o, v, e, e, i, g, h, t, u, n, o, t, r, e, t, h, r, e, e, q, u, a, t, t, r, o]

[b, n, e, n, w, w, x, e, n, n, r, p, q, c, d, w, x, c, a, n, c, q, a, n, n, z, d, j, c, c, a, x]

K = 9 ;

16 difficoltà = 4.

Si ricorda che il termine

regola(<sigla>, <Lista a;tecedenti>, <conseguente>)

descrive una regola di deduzione che consente di dedurre il conseguente conoscendo tutti gli elementi contenuti nella lista degli antecedenti; ogni regola è poi identificata in modo univoco da un numero. Dato il seguente insieme di regole

regola(11,[a,b],z).	regola(12,[a,f,g],w).	regola(13,[a,b,f],q).
regola(14,[r,g],b).	regola(15,[a, b],s).	regola(16,[s,b],y).
regola(17,[q,r],a).	regola(18,[q,a],g).	regola(19,[a,b,s],w).
regola(20,[a,f,s],w).	regola(21,[f,g,h],y).	regola(22, [a,s],f).
regola(23,[m,r],n).	regola(24, [n,p],t).	regola(25, [a,b,s],m).
regola(27, [a,m,s],h).	regola(26, [f,h],y).	regola(28, [a,h],f).

è possibile, per esempio, dedurre **y** da **[a,b]** con le regole riportate ordinatamente nella lista **[15,16]**; infatti, con la regola **15** si deduce prima **s** da **[a,b]** e quindi con la regola **16** si deduce **y** da **[s,b]**. Pertanto si può dire che la lista **[15,16]**, che mostra le regole da applicare ordinatamente, descrive il procedimento per dedurre o calcolare **y** a partire da **[a,b]**.

Problema.

Scrivere la lista ordinata **L** delle regole da applicare per dedurre **s** dagli antecedenti **[q,r]**. I numeri che individuano le regole da applicare vanno scritti nell'ordine di applicazione, separati da virgola senza spazi.

L

Soluzione

L
[17,18,14,15]



## 17 diff 4

Si ricorda che il termine  $a(\langle \text{nodo1} \rangle, \langle \text{nodo2} \rangle, \langle \text{distanza} \rangle)$  descrive un percorso stradale che unisce  $\text{nodo1}$  e  $\text{nodo2}$ , con la indicazione della relativa distanza (per esempio in chilometri). Sia data il seguente grafo stradale

$a(n1, n2, 2)$ .     $a(n2, n3, 5)$ .     $a(n3, n4, 3)$ .     $a(n4, n5, 4)$ .     $a(n5, n6, 2)$ .     $a(n6, n1, 3)$ .  
 $a(n1, n7, 8)$ .     $a(n2, n7, 6)$ .     $a(n3, n7, 1)$ .     $a(n4, n7, 9)$ .     $a(n5, n7, 7)$ .     $a(n6, n7, 4)$ .

Un percorso tra due nodi viene descritto con la lista dei nodi che lo compongono ordinati dal nodo di partenza al nodo di arrivo.

Trovare la lista  $L1$  del percorso più breve fra il nodo  $n5$  e il nodo  $n4$ , che passa per tutti i nodi del grafo e calcolare la lunghezza  $K1$  di questo percorso.

Trovare la lista  $L2$  del percorso più breve fra il nodo  $n3$  e il nodo  $n6$ , che passa per tutti i nodi del grafo e calcolare la lunghezza  $K2$  di questo percorso.

L1	
K1	
L2	
K2	

Soluzione

L1	[n5, n6, n1, n2, n7, n3, n4]
K1	17
L2	[n3, n4, n5, n7, n2, n1, n6]
K2	25

18 diff 2

Dalla definizione tipo dizionario sotto riportate, ricavare le parole contrassegnate da X utilizzando l'elenco riportato. La prima scelta è data a mo' di esempio.

- A) delete    B) flat    C) inflate    D) ordinary    E) confute  
F) bar    G) suggest

**X1: usual, normal.**

**X2: to fasten a door or a gate.**

**X3: to remove or omit something written.**

**X4: to fill something with gas.**

**X5: to propose an idea.**

**X6: to prove an argument to be wrong.**

**X7: smouth without lumps.**

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
D						

**Soluzione**

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
D	F	A	C	G	E	B

## 19 diff 2

Gli articoli in vendita in un grande magazzino sono identificati con una sigla. Gli articoli sono descritti col termine

$\text{tab}(\langle \text{sigla-art} \rangle, \langle \text{disponibilità} \rangle, \langle \text{prezzo di vendita in euro} \rangle, \langle \text{fornitore} \rangle)$

e la tabella che descrive il contenuto del magazzino è la seguente

$\text{tab}(a_{21}, 120, 20, f_{12})$ .  $\text{tab}(a_{22}, 100, 25, f_{13})$ .  $\text{tab}(a_{23}, 220, 30, f_{14})$ .  $\text{tab}(a_{24}, 130, 40, f_{12})$ .  
 $\text{tab}(a_{25}, 195, 10, f_{14})$ .  $\text{tab}(a_{26}, 180, 50, f_{18})$ .  $\text{tab}(a_{27}, 145, 45, f_{21})$ .  $\text{tab}(a_{28}, 110, 35, f_{22})$ .  
 $\text{tab}(a_{29}, 210, 60, f_{11})$ .  $\text{tab}(a_{30}, 220, 70, f_{16})$ .  $\text{tab}(a_{31}, 130, 65, f_{19})$ .  $\text{tab}(a_{32}, 215, 75, f_{14})$ .

Rispondere ai quesiti seguenti. Se la risposta è una lista di sigle, indicarne gli elementi nell'ordine crescente così definito:  $a_{21} < a_{22} < a_{23} < \dots < a_{32}$ , e  $f_{11} < f_{12} < f_{13} < \dots < f_{22}$ .

Quanti articoli K1 esistono nel magazzino provenienti dai fornitori f18 o f19?

Qual è la lista L1 delle sigle dei fornitori che hanno articoli nel magazzino con un prezzo di vendita compresa tra 25 e 35 unità (estremi esclusi).

Qual è la lista L2 delle sigle degli articoli del fornitore f14 che hanno un prezzo di vendita maggiore di 21 e minore di 80?

K1	L1	L2

Soluzione

K1	L1	L2
2	[f14 ]	[a23,a32]

**20 diff 4**

Sul fianco di una montagna esistono numerose sorgenti. L'acqua di una sorgente, che si suppone fluire in modo continuo e costante, può scorrere a valle attraverso uno o più rigagnoli. Può avvenire che uno o più rigagnoli convergano in un punto in cui esiste una sorgente; in tal caso, la loro acqua si aggiunge a quella fornita dalla sorgente attraversata. Questa situazione è quindi descrivibile con un reticolo le cui radici rappresentano le sorgenti poste più in alto; altri nodi del reticolo rappresentano le sorgenti poste più in basso.

La situazione complessiva di un reticolo è descritta da due tabelle:

1)  $s(\langle \text{sorgente} \rangle, \langle \text{litri d'acqua al minuto} \rangle)$ ,

che specifica la quantità d'acqua che sgorga da ogni sorgente (che è un nodo del reticolo),

2)  $r(\langle \text{sorgente1} \rangle, \langle \text{sorgente2} \rangle)$ ,

che specifica la presenza di un rigagnolo che porta acqua dalla sorgente1 alla sorgente2.

Se da una sorgente escono più rigagnoli, l'acqua si divide in parti uguali fra ciascuno di essi.

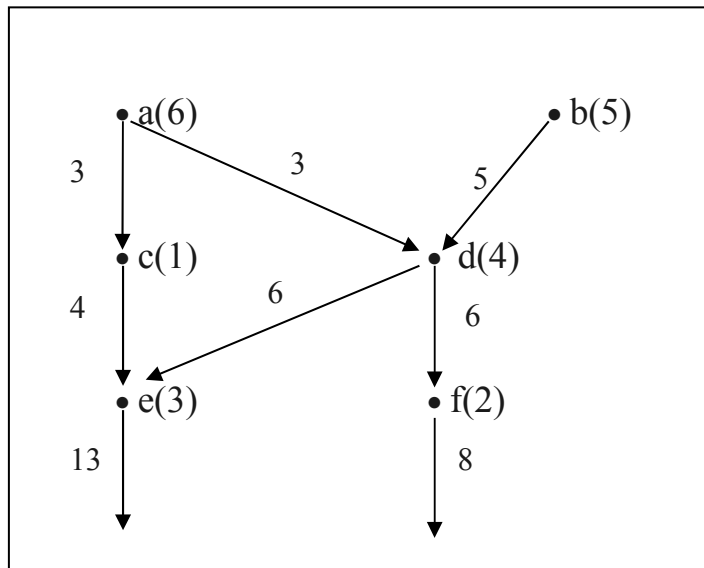
Nella situazione descritta dal seguente esempio (con radici in **a** e in **b**, vedi figura)

$s(\mathbf{a},6)$ ,  $s(\mathbf{b},5)$ ,  $s(\mathbf{c},1)$ ,  $s(\mathbf{d},4)$ ,  $s(\mathbf{e},3)$ ,  $s(\mathbf{f},2)$ ,

$r(\mathbf{a},\mathbf{c})$ ,  $r(\mathbf{a},\mathbf{d})$ ,  $r(\mathbf{b},\mathbf{d})$ ,  $r(\mathbf{c},\mathbf{e})$ ,  $r(\mathbf{d},\mathbf{e})$ ,  $r(\mathbf{d},\mathbf{f})$ ,

la quantità d'acqua che esce dai nodi **c**, **d**, **e** è riportata dalla seguente tabella.

c	e	f
4	1	8
	3	



Problema.

Un reticolo con tre sorgenti in **a**, **b**, **c** è descritto dalle seguenti due tabelle

$s(\mathbf{a},4)$ ,  $s(\mathbf{b},5)$ ,  $s(\mathbf{c},6)$ ,  $s(\mathbf{d},4)$ ,  $s(\mathbf{e},5)$ ,  $s(\mathbf{f},5)$ ,  $s(\mathbf{g},1)$ ,  $s(\mathbf{h},2)$ ,  $s(\mathbf{i},1)$ ,  $s(\mathbf{k},2)$ ,

$r(\mathbf{a},\mathbf{d})$ ,  $r(\mathbf{a},\mathbf{e})$ ,  $r(\mathbf{b},\mathbf{e})$ ,  $r(\mathbf{c},\mathbf{e})$ ,  $r(\mathbf{c},\mathbf{f})$ ,  $r(\mathbf{d},\mathbf{g})$ ,  $r(\mathbf{d},\mathbf{h})$ ,  $r(\mathbf{e},\mathbf{h})$ ,  $r(\mathbf{f},\mathbf{h})$ ,  $r(\mathbf{f},\mathbf{i})$ ,  $r(\mathbf{g},\mathbf{k})$ ,  $r(\mathbf{h},\mathbf{k})$ ,  $r(\mathbf{i},\mathbf{k})$ .

Riportare nella tabella la quantità di acqua che esce dai nodi **g**, **h**, **k**.

g	h	k

Soluzione

g	h	k
4	2	35
	4	



## 1 grafo 4

Una caccia al tesoro prevede di passare per alcuni nodi contrassegnati dalle sigle n1, n2, n3, n4, n5, n6, n7, n8, n9, n10, n11, n12. In ogni punto si trova un foglio su cui è scritto un numero. La distribuzione dei fogli nei diversi punti è descritta dalla lista seguente

punto(n1,7420).	punto(n2,4140).	punto(n3,2740).	punto(n4,5409).
punto(n5,1408).	punto(n6,9040).	punto(n7,3640).	punto(n8,8403).
punto(n9,3405).	punto(n10,8444).	punto(n11,5555).	punto(n12,4444).

Il grafo che descrive i collegamenti tra questi nodi ha le seguente dichiarazione  $g(\langle \text{nodo1} \rangle, \langle \text{nodo2} \rangle, \langle \text{distanza} \rangle, \langle \text{tempo} \rangle, \langle \text{tipo di collegamento} \rangle)$ ; la distanza è in chilometri, il tempo per passare da un nodo all'altro è in minuti e il tipo di collegamento può essere t=treno e a=auto. I collegamenti sono i seguenti

$g(n1, n2, 12, 8, [t, a])$ .	$g(n1, n4, 15, 10, [a])$ .	$g(n1, n5, 24, 16, [t])$ .	$g(n1, n11, 36, 24, [t])$ .
$g(n2, n3, 22, 18, [t, a])$ .	$g(n2, n5, 25, 12, [t])$ .	$g(n2, n7, 14, 16, [t, a])$ .	$g(n2, n10, 6, 14, [a])$ .
$g(n3, n7, 2, 8, [t, a])$ .	$g(n6, n7, 5, 8, [t, a])$ .	$g(n6, n10, 17, 17, [t])$ .	$g(n10, n12, 6, 4, [t])$ .
$g(n10, n9, 12, 8, [t, a])$ .	$g(n8, n9, 15, 10, [t, a])$ .	$g(n4, n8, 24, 16, [t, a])$ .	$g(n8, n11, 36, 24, [t])$ .

A ogni squadra viene assegnata una coppia di nodi (inizio e fine di un percorso); la squadra deve trovare il percorso che soddisfa alcuni vincoli e che consente di riportare il massimo punteggio come somma dei numeri raccolti nei punti attraversati (compresi la partenza e l'arrivo). Riportare nella tabella la soluzione ai seguenti quesiti.

**Squadra 1.** Percorso da n1 a n9, può usare sia il treno sia l'auto, e ha un tempo massimo di 50 minuti; trovare la lista L1 dei nodi che definiscono il percorso (elencati da n1 a n9, estremi inclusi) che consente di raccogliere il massimo punteggio V1.

**Squadra 2.** Percorso da n9 a n4, può usare sia l'auto sia il treno, e ha un tempo massimo di 120 minuti; trovare la lista L2 dei nodi che definiscono il percorso (elencati da n9 a n4, estremi inclusi) che consente di raccogliere il massimo punteggio V2.

L1	[n1, n5, n2, n10, n9]
V1	24817
L2	[n9, n10, n6, n7, n3, n2, n5, n1, n4]
V2	45646

## 2 reti di flusso diff 3

Sul fianco di una montagna esistono numerose sorgenti. L'acqua di una sorgente, che si suppone fluire in modo costante, può scorrere a valle attraverso uno o più rigagnoli. Può avvenire che questi convergano in un punto in cui esiste una sorgente; in tal caso, la loro acqua si aggiunge a quella fornita da questa sorgente. La situazione è quindi descrivibile con una rete le cui radici rappresentano le sorgenti in alto; altri nodi della rete rappresentano le sorgenti poste più in basso. La situazione complessiva di un reticolo è descritta da due tabelle:

$s(\langle \text{sorgente} \rangle, \langle \text{litri d'acqua al minuto} \rangle)$ , che specifica l'acqua che sgorga da ogni sorgente;

$r(\langle \text{sorgente1} \rangle, \langle \text{sorgente2} \rangle)$ , che specifica il rigagnolo dalla sorgente1 alla sorgente2.

Se da una sorgente escono più rigagnoli, l'acqua si divide in parti uguali fra ciascuno di essi.

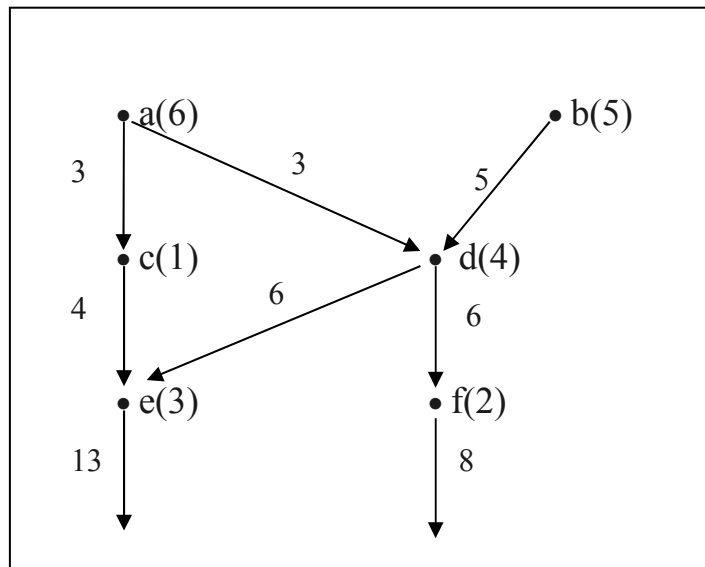
A titolo di esempio, nella rete descritta dal seguente esempio (con radici in **a** e in **b**, vedi figura)

$s(\mathbf{a},6)$ ,  $s(\mathbf{b},5)$ ,  $s(\mathbf{c},1)$ ,  $s(\mathbf{d},4)$ ,  $s(\mathbf{e},3)$ ,  $s(\mathbf{f},2)$ ,

$r(\mathbf{a},\mathbf{c})$ ,  $r(\mathbf{a},\mathbf{d})$ ,  $r(\mathbf{b},\mathbf{d})$ ,  $r(\mathbf{c},\mathbf{e})$ ,  $r(\mathbf{d},\mathbf{e})$ ,  $r(\mathbf{d},\mathbf{f})$ ,

la quantità d'acqua che esce dai nodi **c**, **d**, **e** è riportata dalla seguente tabella.

c	e	f
4	1	8
	3	



Problema.

Un reticolo con tre sorgenti in **a**, **b**, **c** è descritto dalle seguenti due tabelle

$s(\mathbf{a},6)$ ,  $s(\mathbf{b},6)$ ,  $s(\mathbf{c},6)$ ,  $s(\mathbf{d},2)$ ,  $s(\mathbf{e},4)$ ,  $s(\mathbf{f},1)$ ,  $s(\mathbf{g},4)$ ,  $s(\mathbf{h},8)$ ,  $s(\mathbf{i},5)$ ,  $s(\mathbf{k},1)$ ,  $s(\mathbf{m},3)$

$r(\mathbf{a},\mathbf{d})$ ,  $r(\mathbf{a},\mathbf{e})$ ,  $r(\mathbf{b},\mathbf{e})$ ,  $r(\mathbf{b},\mathbf{f})$ ,  $r(\mathbf{c},\mathbf{f})$ ,  $r(\mathbf{d},\mathbf{g})$ ,  $r(\mathbf{e},\mathbf{g})$ ,  $r(\mathbf{e},\mathbf{h})$ ,  $r(\mathbf{f},\mathbf{h})$ ,  $r(\mathbf{f},\mathbf{i})$ ,  $r(\mathbf{g},\mathbf{k})$ ,  $r(\mathbf{h},\mathbf{k})$ ,  $r(\mathbf{h},\mathbf{m})$ ,  $r(\mathbf{i},\mathbf{m})$ .

Riportare nella tabella la quantità di acqua che esce dai nodi **k**, **m**.

k	m

Soluzione

k	m
2	22
4	

### 3 project management diff 4

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti storici significativi della loro regione. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in 10 attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro.

La tabella che segue descrive le 10 attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, ..., A10), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni per completarla.

attività	ragazzi	giorni
A1	6	1
A2	2	3
A3	3	2
A4	5	1
A5	3	2
A6	2	4
A7	1	3
A8	2	2
A9	2	2
A10	4	1
A11	6	1

Le priorità fra le attività sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla a sinistra è terminata. L'attività che non ha priorità è la prima, quella che non ha successori è l'ultima. Questo è l'elenco delle coppie: (A1,A2), (A1,A4), (A2,A5), (A2,A7), (A3,A5), (A3,A7), (A4,A3), (A4,A6), (A5,A8), (A5,A9), (A6,A8), (A6,A9), (A7,A10), (A8,A11), (A9,A11), (A10,A11).

Trovare quanti giorni  $N$  sono necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività deve iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità).

L'attività A1 inizia il giorno 1; trovare il numero  $X1$  che individua il giorno in cui lavora il maggior numero  $M1$  di ragazzi e il numero  $X2$  del giorno in cui lavora il minor numero  $M2$  di ragazzi. Supponendo che la retribuzione media giornaliera per ragazzo sia di 90 euro, calcolare il costo complessivo  $S$  del progetto.

N	X1	M1	X2	M2	S

Soluzione

N	X1	M1	X2	M2	S
9	8	8	7	5	5220



#### 4 grafo AND/OR diff 4

Si ricorda che il termine

regola(<sigla>, <Lista antecedenti>, <conseguente>)

descrive una regola di deduzione che consente di dedurre il conseguente conoscendo tutti gli elementi contenuti nella lista degli antecedenti; ogni regola è poi identificata in modo univoco da una sigla. Dato il seguente insieme di regole

regola(11,[a,b],z).	regola(12,[a,f,g],w).	regola(13,[a,b,f],q).
regola(14,[r,g],b).	regola(15,[a, b],s).	regola(16,[s,b],y).
regola(17,[q,r],a).	regola(18,[q,a],g).	regola(19,[a,b,s],w).
regola(20,[a,f,s],w).	regola(21,[f,g,h],y).	regola(22, [a,s],f).
regola(23,[m,r],n).	regola(24, [n,p],t).	regola(25, [a,b,s],m).
regola(27, [a,m,s],h).	regola(26, [f,h],y).	regola(28, [a,h],f).

è possibile, per esempio, dedurre **y** da **[a,b]** con le regole riportate ordinatamente nella lista **[15,16]**; infatti, con la regola **15** si deduce (prima) **s** da **[a,b]** e (poi) con la regola **16** si deduce **y** da **[s,b]**. Pertanto si può dire che la lista **[15,16]**, che mostra le regole da applicare ordinatamente, descrive il procedimento per dedurre o calcolare **y** a partire da **[a,b]**.

Problema.

Nel procedimento sotto descritto con la lista L, due regole sono state sostituite con X1 e X2.

L = [15,X1,27,X2,26].

Sapendo che la lista L descrive il procedimento per calcolare y a partire da [a,b], individuare le sigle da inserire al posto di X1 e X2.

X1	X2

Soluzione

X1	X2
25	28

## 5 albero genealogico diff 3

Disegnare l'albero descritto dal seguente insieme di termini e rispondere ai quesiti sotto riportati.

arco(a,b)    arco(a,c)    arco(c,r)    arco(a,f)    arco(h,v1)    arco(b,q)    arco(b,p)  
arco(c,o)    arco(c,n)    arco(m,v4)    arco(p,s)    arco(z3,m)    arco(f,i)    arco(g,u1)  
arco(o,u3)    arco(q,t)    arco(q,u4)    arco(a,z3)    arco(l,u2)    arco(l,e)    arco(h,z1)  
arco(i,v2)    arco(o,v5)    arco(i,z2),    arco(f,g),    arco(z3,l),    arco(f,h),    arco(l,v3).  
arco(n,k1)    arco(f,k2)    arco(r,k5),    arco(k2,k3),    arco(j1,j2),    arco(b,j1),    arco(n,k4).

Scrivere in ordine alfabetico la lista L1 dei nipoti di nonno f.

Scrivere in ordine alfabetico la lista L2 dei nodi dei cugini che hanno in comune il nonno c.

Scrivere in ordine alfabetico la lista L3 dei nodi che sono nonni con meno di 5 nipoti.

(Per l'ordine alfabetico delle sigle si ordinano prima le lettere e poi le cifre; a mo' di esempio si riporta un elenco di sigle in ordine alfabetico: a,b3,c1,c2,u4,v3,v5,z1).

L1	
L2	
L3	

Soluzione

L1	[k3,u1,v1,v2,z1,z2]
L2	[k1,k4,k5,u3,v5]
L3	[b,z3]

## 6 crittografia diff 2

In questo esercizio sono date alcune liste corrispondenti a nomi di capitali di stati europei, criptati col metodo Giulio Cesare. Per ciascuna lista, trovare la chiave usata e scrivere la corrispondente lista che mette in chiaro il nome di ciascuna città. Il primo risultato viene proposto a mo' di esempio.

criptato	chiave	chiaro
[s, d, u, l, j, l]	3	[p, a, r, i, g, i]
[x, z, d, n, l]		
[f, t, w, k, b, w]		
[j, m, l, b, p, y]		
[p, l, c, f, x]		

Soluzione

criptato	chiave	chiaro
[s, d, u, l, j, l]	3	[p, a, r, i, g, i]
[x, z, d, n, l]	11	[m, o, s, c, a]
[f, t, w, k, b, w]	19	[m, a, d, r, i, d]
[j, m, l, b, p, y]	24	[l, o, n, d, r, a]
[p, l, c, f, x]	23	[s, o, f, i, a]

## 7 torri di Hanoi diff

Un giuoco consiste di una tavoletta con tre pioli numerati con 1, 2, 3 come mostrato in figura 1. Infilati sul piolo tre c'è una pila di dischi su ciascuno dei quali è inciso il nome di una città italiana. Si possono spostare i dischi solamente UNO alla volta dalla cima della pila di un piolo e infilarlo in un altro piolo: ciascun spostamento costituisce una *mossa*. Qual è il numero minimo di mosse  $M$  necessarie per trasferire i dischi al piolo 1 in modo che dall'alto in basso la longitudine delle città sia decrescente?

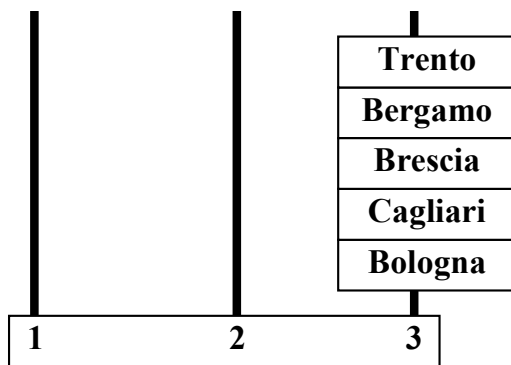


Figura 1. Stato iniziale

M

Soluzione

M
9

Da est a ovest: bo, tn, bs, bg, ca

## 8 problema tipo knapsackdiff 4

**Nelle lezioni di educazione alimentare, i ragazzi hanno classificato alcuni alimenti in relazione al contenuto proteico e al loro costo. I risultati di questa classificazione sono stati descritti da una tabella avente la dichiarazione  $\text{tabx}(\langle \text{sigla dell'alimento} \rangle, \langle \text{contenuto proteico} \rangle, \langle \text{costo} \rangle)$ .**

**Il contenuto della tabella riporta i dati relativi a 10 alimenti ed è il seguente:**

$\text{tabx}(m1,20,35)$ .  
 $\text{tabx}(m2,25,22)$ .  
 $\text{tabx}(m3,5,6)$ .  
 $\text{tabx}(m4,30,55)$ .  
 $\text{tabx}(m5,2,4)$ .  
 $\text{tabx}(m6,5,9)$ .  
 $\text{tabx}(m7,15,30)$ .  
 $\text{tabx}(m8,6,18)$ .  
 $\text{tabx}(m9,5,7)$ .  
 $\text{tabx}(m10,10,10)$ .

**Trovare le risposte ai seguenti quesiti; se la risposta è una lista, riportare le sigle degli elementi in ordine crescente; per le sigle si ha il seguente ordine  $m1 < m2 < m3 < \dots < m10$ .**

Con gli elementi sopra descritti, calcolare il numero  $N$  di diete che si possono costruire con 4 elementi diversi e con un costo complessivo minore di 120 e un potere calorico almeno pari a 80. Tra queste diete, trovare la lista degli elementi  $L1$  corrispondente a quella di costo massimo e la lista  $L2$  corrispondente a quella di costo minimo.

N	
L1	
L2	

Soluzione

N	3
L1	[m1,m2,m4,m9]
L2	[m2, m4, m7, m10]

$t(80, 117, [m2, m4, m7, m10])$   
 $t(80, 119, [m1, m2, m4, m9])$   
 $t(80, 118, [m1, m2, m3, m4])$

## 9 diff 4

L'elenco seguente riporta un insieme di numeri criptati col metodo di Giulio Cesare.

I numeri in chiaro sono in parte scritti in italiano e in parte scritti in inglese; quelli scritti in inglese sono tutti criptati con chiave K1 e quelli scritti in italiano tutti con chiave K2 ( $K1 \neq K2$ ). In questo elenco, i numeri scritti nelle due lingue sono distribuiti casualmente

[o, f, p], [x, w, n], [o, r, e, n], [d, p, e, e, p], [w, r, w, n], [e, c, p]

Trovare le chiavi di cifratura K1 e 2 e la somma M dei numeri.

K1	K2	M

Soluzione

K1	K2	M
11	9	27

[d, u, e] [s, e, t, t, e] [t, r, e]  
[o, f, p] [d, p, e, e, p] [e, c, p]

K = 11 ;

[o, n, e] [f, i, v, e] [n, i, n, e]  
[x, w, n] [o, r, e, n] [w, r, w, n]

K = 9 ;

## 10 diff 3

Nel testo sotto riportato, alcuni vocaboli sono stati sostituiti con una stringa ottenuta mediante la crittografia di Giulio Cesare. In base al significato deducibile dal contesto, trovare le parole in chiaro e le relative chiavi usate per crittografarle. La prima riga è riportata a mo' di esempio.

Nel 1957, Herbet Simon, uno dei fondatori della [t, y, i, s, y, f, b, y, d, q] “Intelligenza artificiale”, ha iniziato una lezione con queste [y, j, a, x, u, n]. “Il mio scopo non è [v, w, x, s, l, u, h] o sbalordire, ma il modo più semplice in cui posso esprimermi è dicendo che ora nel mondo esistono [e, s, u, u, z, a, f, w] che possono pensare, imparare e creare. Inoltre, la loro [y, z, g, j, g, r, y] nel fare queste cose aumenterà rapidamente finché, in un prossimo futuro, il campo dei problemi che potranno gestire avrà la stessa estensione di quello a cui si è applicata la [w, o, x, d, o] umana.

[t, y, i, s, y, f, b, y, d, q]	[d, i, s, c, i, p, l, i, n, a]	16
[y, j, a, x, u, n]		
[v, w, x, s, l, u, h]		
[e, s, u, u, z, a, f, w]		
[y, z, g, j, g, r, y]		
[w, o, x, d, o]		

### Soluzione

- [p, a, r, o, l, e] [y, j, a, x, u, n] K = 9 ;
- [s, t, u, p, i, r, e] [v, w, x, s, l, u, h] K = 3 ;
- [m, a, c, c, h, i, n, e] [e, s, u, u, z, a, f, w] K = 18 ;
- [a, b, i, l, i, t, a] [y, z, g, j, g, r, y] K = 24 ;
- [m, e, n, t, e] [w, o, x, d, o] K = 10 ;

## 11 storia diff 1

Le stringhe sotto riportate contengono, crittografate col metodo Giulio Cesare), il nome e il cognome di uno degli ultimi martiri del risorgimento italiano. Le due informazioni sono crittografate con due chiavi diverse.

Nome: [z, b, p, x, o, b]

Cognome: [o, n, g, g, v, f, g, v]

Problema.

Trovare le chiavi K1 e K2 usate per crittografare rispettivamente il nome e il cognome.

K1	
K2	

Soluzione

K1	23
K2	13

[c, e, s, a, r, e] [z, b, p, x, o, b]                      K = 23 ;

[b, a, t, t, i, s, t, i] [o, n, g, g, v, f, g, v]                      K = 13 ;



## 12 Geografia diff 2

Con riferimento alle città italiane corrispondenti alle seguenti sigle automobilistiche [ao, bg, bl, bo, bs, bz, cn, co, cr, ge, im, mi, mn, no, pv, rn, sv, tn, to, ts, ve, vr], trovare la lista L delle sigle automobilistiche delle province italiane che si trovano a nord ovest di Mantova. Elencare le sigle in modo da rispettare l'ordine crescente di latitudine delle città.

L = [...]

Soluzione

L = [pv, no, mi, bs, bg, ao, co]

13 italiano diff 2

Con riferimento ai concetti cui si riferiscono i vocaboli riportati nella prima colonna, associare ai simboli X e Y le lettere che identificano le frasi che illustrano un esempio positivo (le X) e uno negativo (le Y) di questi concetti. (Ad esempio, ad X1 andrà associata la lettera che individua la frase che descrive un esempio positivo di negligenza).

Vocabolo/ Concetto	Esempio Positivo	Esempio Negativo
Negligenza	X1	Y1
Districare	X2	Y2
Ricusare	X3	Y3

- A. Negare il consenso
- B. Diligenza operosa e coscienziosa
- C. Liberare da un insieme di impedimenti
- D. Gradire con soddisfazione l'offerta
- E. Atteggiamento passivo nei confronti di obblighi
- F. Trasformare un aspetto semplice e lineare in uno confuso e complicato

X1	Y1	X2	Y2	X3	Y3

Soluzione

X1	Y1	X2	Y2	X3	Y3
E	B	C	F	A	D

14 combinatorio **diff. 1**

Un giuoco consiste di una tavoletta con quattro pioli numerati con 1, 2, 3, 4; infilati su un piolo c'è una pila di dischi su ciascuno dei quali è incisa una lettera maiuscola, come mostrato in figura 1. Si possono spostare i dischi solamente UNO alla volta dalla cima della pila di un piolo e infilarlo in un altro piolo: ciascun spostamento costituisce una *mossa*. Qual è il numero minimo di mosse  $M$  necessarie per trasferire i dischi al piolo 1 in modo che dall'alto verso il basso le lettere siano in ordine alfabetico (decescente)?

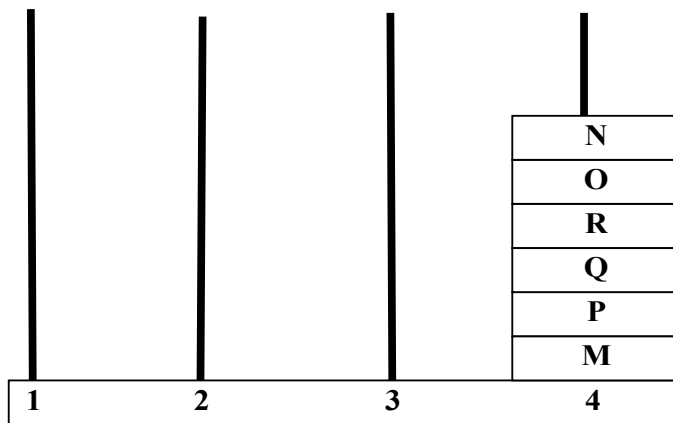


Figura 1. Stato iniziale

M

M
12

### 15 Storia diff. 2

Un giuoco consiste di una tavoletta con tre pioli numerati con 1, 2, 3; infilati su due pioli ci sono due pile di dischi su ciascuno dei quali è inciso il nome di un personaggio della storia della cultura, come mostrato in figura 1. Si possono spostare i dischi solamente UNO alla volta dalla cima della pila di un piolo e infilarlo in un altro piolo: ciascun spostamento costituisce una *mossa*. Qual è il numero minimo di mosse  $M$  necessarie per trasferire i dischi al piolo 1 in modo che dall'alto verso il basso i personaggi siano in ordine decrescente di data di nascita?

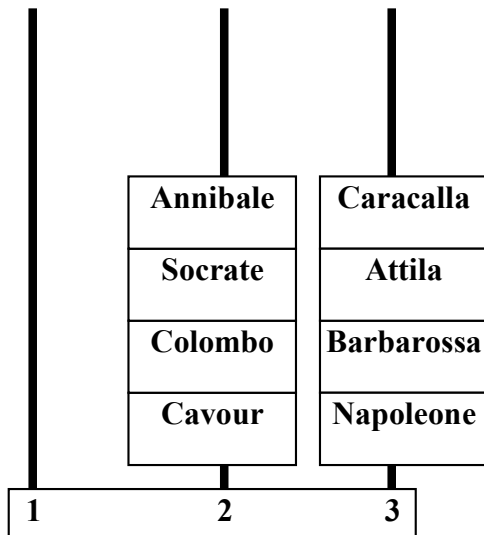
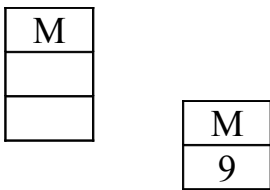


Figura 1. Stato iniziale



16 Storia diff 4

In questo esercizio sono riportati tre personaggi della storia italiana. I loro nomi e cognomi sono stati criptati col metodo Giulio Cesare (utilizzando un alfabeto di 26 lettere), con tre chiavi diverse, una per ciascun personaggio.

- 1) [u, s, j, d, g, h, a, k, s, u, s, f, w]
- 2) [g, x, s, g, t, j, u, j, o, g, f]
- 3) [r, t, l, n, z, x, z, x, l, e, e, p, z, e, e, t]

Nella tabella sotto riportata, inserire i valori delle chiavi usate per crittografare le 3 informazioni.

K1	K2	K3

K1	K2	K3
18	6	11

Soluzioni

[c, a, r, l, o, p, i, s, a, c, a, n, e] [u, s, j, d, g, h, a, k, s, u, s, f, w]  $K = 18$  ;

[a, r, m, a, n, d, o, d, i, a, z] [g, x, s, g, t, j, u, j, o, g, f]  $K = 6$  ;

[g, i, a, c, o, m, o, m, a, t, t, e, o, t, t, i] [r, t, l, n, z, x, z, x, l, e, e, p, z, e, e, t]  $K = 11$

17 basi numeriche diff 3

È noto che esistono diversi sistemi di numerazione definiti dalla base usata. In ogni sistema di base  $n$ , per rappresentare numeri maggiori di  $n$  si devono usare più cifre, utilizzando il valore posizionale delle cifre. In questo esercizio, i numeri vengono scritti fra parentesi indicando in basso a destra la base in cui il numero deve essere interpretato. Ecco alcuni esempi di scrittura del numero centododici.

$$\text{Centododici} = (112)_{\text{dieci}} = 1 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 2 = 100 + 10 + 2$$

$$\text{Centododici} = (1110000)_{\text{due}} = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 = 64 + 32 + 16.$$

$$\text{Centododici} = (220)_{\text{sette}} = 2 \times 7^2 + 2 \times 7^1 + 0 = 98 + 14.$$

$$\text{Centododici} = (11011)_{\text{tre}} = 1 \times 3^4 + 1 \times 3^3 + 0 \times 3^2 + 1 \times 3^1 + 1 = 81 + 27 + 3 + 1.$$

$$(X1)_{\text{cinque}} = (120)_{\text{sette}} + (1111)_{\text{due}} + (1112)_{\text{tre}}$$

$$(X2)_{\text{sette}} = (112)_{\text{sei}} + (67)_{\text{otto}} + (73)_{\text{nove}}$$

$$(X3)_{\text{cinque}} = (10332)_{\text{quattro}} + (1053)_{\text{sette}} + (223)_{\text{nove}}$$

$$(X4)_{\text{nove}} = (120111)_{\text{tre}} + (2242)_{\text{sette}} + (1214)_{\text{cinque}}$$

X1	X2	X3	X4

X1	X2	X3	X4
43	32	1201	1843
4	4	2	

18 diff 2

Nella tabella sotto riportata, associare alla sigla X di ogni vocabolo quella di una sua (possibile) definizione sotto riportata. Alcuni vocaboli non sono definiti, in questi casi riportare la lettera Z. Alcune definizioni non corrispondono ad alcun vocabolo.

X1	Grandeggiare
X2	Metronomo
X3	Palese
X4	Potestà
X5	Rivolto
X6	Soppesare
X7	Correlazione
X8	Confusione

<b>A</b>	<b>Diritto giuridico all'esercizio di un potere</b>
<b>B</b>	<b>Corrispondenza reciproca fra gli elementi di due insiemi</b>
<b>C</b>	<b>Strumento per battere il tempo in musica</b>
<b>D</b>	<b>Valutare il peso approssimativo</b>
<b>E</b>	<b>Orientato verso una direzione</b>
<b>F</b>	<b>Imporsi per l'eccezionalità del valore o delle dimensioni</b>
<b>G</b>	<b>Noto, chiaro, evidente</b>
<b>Z</b>	<b>Per i vocaboli non definiti</b>

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8
F	C	G	A	E	D	B	Z

19 grafo diff 4

Si ricorda che il termine  $a(\langle \text{nodo1} \rangle, \langle \text{nodo2} \rangle, \langle \text{distanza} \rangle)$  descrive un percorso stradale che unisce nodo1 e nodo2, con la indicazione della relativa distanza (per esempio in chilometri). Sia data il seguente grafo stradale

$a(n1, n2, 5)$ .     $a(n2, n3, 7)$ .     $a(n3, n4, 6)$ .     $a(n4, n5, 4)$ .     $a(n5, n6, 2)$ .     $a(n6, n1, 3)$ .  
 $a(n1, n7, 8)$ .     $a(n2, n7, 6)$ .     $a(n3, n7, 1)$ .     $a(n4, n7, 9)$ .     $a(n5, n7, 7)$ .     $a(n6, n7, 9)$ .  
 $a(n5, n8, 6)$ .     $a(n4, n8, 4)$ .     $a(n9, n1, 8)$ .     $a(n2, n9, 3)$ .

Un percorso tra due nodi viene descritto con la lista dei nodi che lo compongono ordinati dal nodo di partenza al nodo di arrivo.

Trovare la lista L1 del percorso più breve fra il nodo n9 e il nodo n8, che passa per il minor numero di nodi; inoltre calcolare la relativa lunghezza K1.

Trovare la lista L2 del percorso più breve fra il nodo n9 e il nodo n8, che passa per il maggior numero di nodi; inoltre calcolare la relativa lunghezza K2.

L1	
K1	
L2	
K2	

Soluzione

L1	[n9,n1,n6,n5,n8]
K1	19
L2	[n9,n2,n1,n6,n5,n7,n3,n4,n8]
K2	31



20 diff 2

Dalla definizione tipo dizionario sotto riportate e contrassegnate da X1, X2, ... X7, ricavare l'accoppiamento con le parole contrassegnate dalle lettere A, B, ... G.

A) crate                    B) fair            C) mackintosh            D) gross  
E) audience            F) shuttle    G) will

**X1: a coat that is made to keep out the rain**

**X2: the power of the mind to make something happen**

**X3: right, according to what people accept as right**

**X4: a bus that travel regularly between two places**

**X5: a large box in which goods are stored or transported**

**X6: the group of people who are watching to a play or speech**

**X7: very impolite and unpleasant**

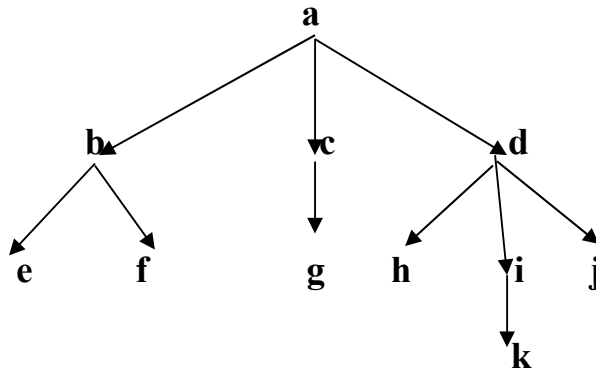
X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7

**Soluzione**

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
C	G	B	F	A	E	D

1. elem diff 1

La seguente figura rappresenta un albero genealogico.



contenente i *nod*i a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k. Gli alberi possono essere descritti da un termine come **arco(<genitore>,<figlio>)**

in tal modo, l'albero sopra riportato può essere rappresentato dal seguente elenco di termini:

arco(a,b)    arco(a,c)    arco(a,d)    arco(b,e)    arco(b,f)    arco(c,g)  
 arco(d,h)    arco(d,i)    arco(d,j)    arco(i,k)

Problema. Disegnare l'albero genealogico descritto dal seguente insieme di termini e rispondere ai quesiti sotto riportati.

arco(a,b)    arco(a,c)    arco(a,d)    arco(b,e)    arco(b,f)    arco(c,g)    arco(d,h)  
 arco(d,i)    arco(f,l)    arco(f,m)    arco(g,n)    arco(h,o)    arco(i,p).

Trovare il numero N complessivo di nonni presenti in questo albero genealogico.

Trovare il numero M complessivo di zii presenti in questo albero (escludere i pronipoti).

Scrivere in ordine alfabetico la lista L dei nipoti di nonno d.

N	
M	
L	

Soluzione

N	4
M	6
N1	[o,p]

2. Coefficiente di difficoltà = 4.

Si ricorda che il termine

$\text{regola}(\langle \text{sigla} \rangle, \langle \text{Lista antecedenti} \rangle, \langle \text{conseguente} \rangle)$

descrive una regola di deduzione che consente di dedurre il conseguente conoscendo tutti gli elementi contenuti nella lista degli antecedenti; ogni regola è poi identificata in modo univoco da una sigla. Dato il seguente insieme di regole

$\text{regola}(11, [a, b], z).$	$\text{regola}(12, [m, f, g], w).$
$\text{regola}(13, [a, b, w], q).$	$\text{regola}(14, [r, g], b).$
$\text{regola}(15, [a, b], s).$	$\text{regola}(16, [s, r], b).$
$\text{regola}(17, [q, r], a).$	$\text{regola}(18, [q, a], g).$
$\text{regola}(19, [a, b, s], w).$	$\text{regola}(20, [a, f, x], w).$

Si osserva che, conoscendo  $[a, b]$ , è per esempio possibile dedurre direttamente  $z$  con la regola 11 e  $s$  con la regola 15; ma è anche possibile dedurre  $w$  applicando prima la regola 15 (per dedurre  $s$ ) e poi la regola 19.

Problema.

Trovare la lista  $L$  delle sigle che corrispondono alle regole che devono essere applicate per dedurre  $q$  a partire da  $[a, b]$ . Elencare le sigle nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione delle regole: il primo elemento della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare.

$L$

Soluzione

$L$

### 3 Elem diff 2

In questo esercizio sono date alcune liste corrispondenti a nomi di città italiane, capoluoghi di regione, criptati col metodo Giulio Cesare. Per ciascuna lista, trovare la chiave usata e scrivere la corrispondente lista che mette in chiaro il nome di ciascuna città. Il primo risultato viene proposto a mo' di esempio.

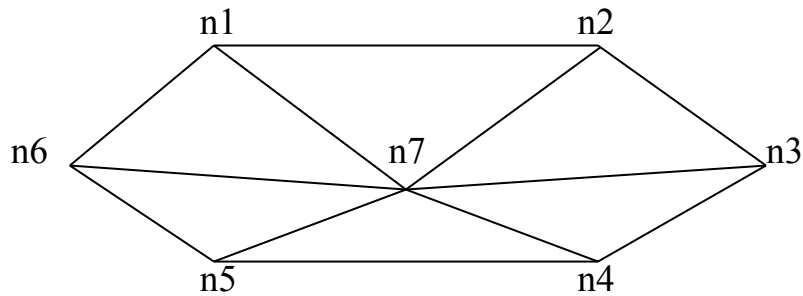
criptato	chiave	chiaro
[z, m, b, a, x, u]	12	[n, a, p, o, l, i]
[l, u, d, p, y, q]		
[m, h, k, b, g, h]		

Soluzione

criptato	chiave	chiaro
[z, m, b, a, x, u]	12	[n, a, p, o, l, i]
[l, u, d, u, p, y, q]	16	[v, e, n, e, z, i, a]
[m, h, k, b, g, h]	19	[t, o, r, i, n, o]

4. diff 4

Il seguente grafo stradale



può essere descritto dal seguente elenco di termini (ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza)

$a(n1, n2, 2)$     $a(n2, n3, 5)$     $a(n3, n4, 3)$     $a(n4, n5, 4)$     $a(n5, n6, 2)$     $a(n6, n1, 3)$   
 $a(n1, n7, 8)$     $a(n2, n7, 6)$     $a(n3, n7, 1)$     $a(n4, n7, 9)$     $a(n5, n7, 7)$     $a(n6, n7, 4)$

Problema. Disegnare il grafo stradale corrispondente al seguente elenco di termini

$a(n1, n2, 2)$ .             $a(n2, n3, 5)$ .             $a(n3, n4, 3)$ .             $a(n4, n8, 4)$ .  
 $a(n5, n6, 2)$ .             $a(n6, n8, 3)$ .             $a(n1, n7, 8)$ .             $a(n8, n7, 6)$ .  
 $a(n5, n1, 1)$ .             $a(n2, n5, 9)$ .             $a(n3, n6, 7)$ .             $a(n5, n7, 4)$ .

Un percorso tra due nodi del grafo può essere descritto con la lista dei nodi che lo compongono ordinati dal nodo di partenza al nodo di arrivo.

Trovare la lista L del percorso più lungo (senza passare più di una volta per uno stesso nodo) fra il nodo n1 e il nodo n8 e la sua lunghezza K.

L	
K	

Soluzione

L1	[n1, n7, n5, n2, n3, n6, n8]
K1	36

## 5. elem diff 2

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. L'insieme dei minerali è descritto da una tabella che ha la seguente dichiarazione

$\text{tabx}(\langle \text{sigla} \rangle, \langle \text{valore in } \text{€} \rangle, \langle \text{peso in Kg} \rangle)$ .

Il contenuto del deposito è il seguente.

$\text{tabx}(m1,70,48)$ .

$\text{tabx}(m2,66,42)$ .

$\text{tabx}(m3,60,31)$ .

$\text{tabx}(m4,10,20)$ .

$\text{tabx}(m5,42,50)$ .

$\text{tabx}(m6,75,90)$ .

$\text{tabx}(m7,60,50)$ .

Trovare la risposta al seguente quesito; se la risposta è una lista di sigle, riportare le sigle in ordine crescente; per le sigle si ha il seguente ordine:  
 $m1 < m2 < m3 < \dots < m7$ .

Disponendo di un autocarro con portata massima di 180 Kg trovare la lista L dei 4 minerali diversi trasportabili con questo autocarro che consente di raggiungere il massimo valore possibile e calcolarne il valore V.

L	
V	

**Soluzione**

L	[m1,m2,m3,m7]
V	256

6 diff 3

In un foglio a quadretti disegnare un rettangolo di 14 quadretti in orizzontale e 9 in verticale (vedi figura).

	.	.	.	.		.	.	.		.	.	.	..
								S					
					P								
->													

Ogni quadretto o casella può essere individuato da due numeri (interi); per esempio la casella contenente “P” è individuata dalla sesta colonna (da sinistra) e dalla terza riga (dal basso): brevemente si dice che questa casella ha coordinate (6,3). Le coordinate della casella contenente “S” sono (10,8) e di quella contenente la freccia sono (1,1).

La freccia, che in figura è nella casella (1,1), può essere pensata come una piccola tartaruga, in questo caso voltata verso destra; la tartaruga può eseguire tre tipi di comandi:

- girarsi di 90 gradi in senso *orario*: comando O;
- girarsi di 90 gradi in senso *antiorario*: comando A;
- avanzare di una casella (nel verso della freccia!): comando F.

Questi comandi possono essere concatenati in sequenze in modo da permettere alla “tartaruga” di compiere vari percorsi; per esempio la sequenza FFFFFAFF fa spostare la tartaruga dalla posizione e orientamento iniziali mostrati in figura fino alla casella “P”; risultato analogo si ottiene con la sequenza AFFOFFFFF. Tuttavia, nel primo caso l’orientamento finale della tartaruga è verso l’alto, mentre nel secondo caso l’orientamento finale è verso destra.

Problema.

In un rettangolo 14x9, la tartaruga è nella casella (1,1) ed è orientata verso destra. Trovare l’ascissa X e l’ordinata Y in cui si troverà la tartaruga dopo aver effettuato il percorso descritto dalla seguente sequenza:

FFFFFAFFFFFFFAFFFAFFFFF OFF

X	Y

Soluzione

X	Y
1	1

7 Elem diff 1

Dato un insieme di numeri, si dice mediana il numero che occuperebbe la posizione centrale se l'insieme fosse ordinato. Ad esempio, la mediana dei numeri presenti nella seguente lista [1,3,5,7,6,4,2] è 4; infatti, il numero degli elementi minori di 4, [1,2,3], è uguale al numero di quelli che sono maggiori di 4, [5,6,7].

Dato un insieme di numeri, la moda è il numero ripetuto più volte. Esempio, la moda dell'insieme [1,5,4,2,5,1,4,5] è il numero 5 (ripetuto 3 volte).

La media di  $n$  numeri è la loro somma divisa per  $n$ .

Problema. Data la seguente lista di numeri interi

[4,4,7,13,7,13,3,7,3,2,4,7,7,2,15,2,7,7,3,5,4]

Trovare la mediana M1.

Trovare la media M2 arrotondata alle unità.

Trovare la moda M3.

M1	
M2	
M3	

Soluzione

M1	5
M2	6
M3	7



8. Elem diff 3

In un salvadanaio sono presenti le monete descritte nella seguente tabella:

valore	quantità
1	2
2	2
5	2
10	2

Con queste monete è possibile raggiungere un valore di 15 con

1 moneta da 10 e una da 5

1 moneta da 10, due da 2 e una da 1

2 monete da 5, due da due e una da uno.

Trovare il numero K di valori diversi che si possono ottenere utilizzando solo due di queste monete.

K

Soluzione

K
10

Si possono ottenere i seguenti numeri

2 (1+1); 3 (1+2), 4 (2+2); 6 (5+1); 7 (5+2); 10 (5+5); 11 (10+1); 12 (10+2); 15 (10+5); 20 (10+10).

9. . Elem diff 3

Un gioco consiste di una tavoletta con tre pioli numerati con 1, 2, 3 come mostrato in figura 1. Infilati sul piolo tre c'è una pila di dischi su ciascuno dei quali è inciso il nome di una città italiana. Si possono spostare i dischi solamente UNO alla volta dalla cima della pila di un piolo e infilarlo in un altro piolo: ciascun spostamento costituisce una *mossa*. Qual è il numero minimo di mosse  $M$  necessarie per trasferire i dischi al piolo 1 in modo che dall'alto in basso la longitudine delle città sia crescente? (**Prima** trovare la distribuzione finale delle città sul piolo 1 e **poi** calcolare il numero minimo di mosse per ottenere quella distribuzione).

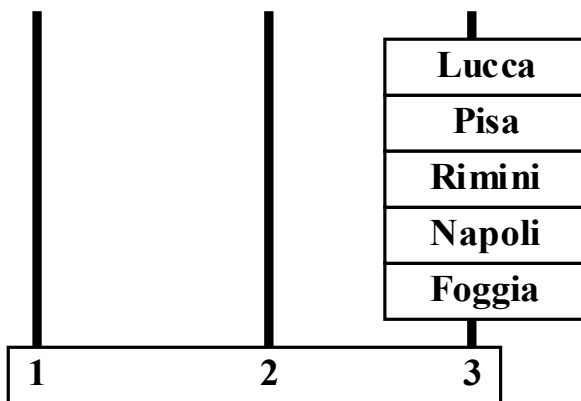


Figura 1. Stato iniziale

M

Soluzione

M
8

Dall'alto in basso Na, fg, rn, pi, lu

10 diff 4

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti storici significativi della loro regione. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in 9 attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro.

La tabella che segue descrive le 6 attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, ..., A6), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni per completarla.

attività	ragazzi	giorni
A1	5	1
A2	3	3
A3	2	2
A4	1	2
A5	6	1
A6	5	2

Le priorità fra le attività sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla a sinistra è terminata. L'attività che non ha priorità è la prima, quella che non ha successori è l'ultima. Questo è l'elenco delle coppie: (A1,A2), (A1,A3), (A3,A4), (A2,A5), (A4,A6), (A5,A6). Se una attività ha più antecedenti, può essere iniziata solo quando tutte le antecedenti sono terminate!

Trovare quanti giorni N sono necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività deve iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità).

L'attività A1 inizia il giorno 1; trovare il numero X1 che individua il giorno in cui lavora il maggior numero M1 di ragazzi e il numero X2 del giorno in cui lavora il minor numero M2 di ragazzi. Supponendo che la retribuzione media giornaliera per ragazzo sia di 60 euro, calcolare il costo complessivo S del progetto.

N	X1	M1	X2	M2	S

Soluzione

N	X1	M1	X2	M2	S
7	5	7	4	4	2160

11 diff 2

Le stringhe sotto riportate contengono, crittografate col metodo Giulio Cesare), il nome di un noto condottiero e l'evento a lui legato; le due informazioni sono crittografate con due chiavi diverse.

Nome: [q, s, g, o, f, s]

Evento: [k, w, y, c, q, a, b, i, l, m, t, t, i, o, i, t, t, q, i]

Problema.

Trovare le chiavi K1 e K2 usate per crittografare rispettivamente il nome e l'evento in oggetto, sapendo che l'argomento si riferisce alla storia romana.

K1	
K2	

Soluzione

K1	14
K2	8

[c, e, s, a, r, e] [q, s, g, o, f, s]      K = 14 ;

[c, o, q, u, i, s, t, a, d, e, l, l, a, g, a, l, l, i, a] [k, w, y, c, q, a, b, i, l, m, t, t, i, o, i, t, t, q, i]      K = 8 ;

## 12 Elem diff 4

**Nelle lezioni di educazione alimentare, i ragazzi hanno classificato alcuni alimenti in relazione al contenuto proteico e al loro costo. I risultati di questa classificazione sono stati descritti da una tabella avente la dichiarazione  $\text{tabx}(\langle \text{sigla dell'alimento} \rangle, \langle \text{contenuto proteico} \rangle, \langle \text{costo} \rangle$**

**Il contenuto della tabella riporta i dati relativi a 8 alimenti ed è il seguente:**

$\text{tabx}(m1,30,53)$ .

$\text{tabx}(m2,16,27)$ .

$\text{tabx}(m3,24,42)$ .

$\text{tabx}(m4,37,49)$ .

$\text{tabx}(m5,43,78)$ .

$\text{tabx}(m6,38,38)$ .

**Trovare le risposte ai seguenti quesiti; se la risposta è una lista, riportare gli elementi in ordine crescente di sigla; per le sigle si ha il seguente ordine  $m1 < m2 < m3 < \dots < m8$ .**

Con 3 degli elementi sopra descritti, calcolare il numero N di diete si possono costruire con valore proteico almeno 70 e un costo non superiore a €130.

Tra queste diete, trovare la lista degli elementi L corrispondente a quella meno costosa.

N	
L	

Soluzione

N	4
L1	[m2,m4,m6]

13 diff 4

La lista seguente contiene dieci numeri criptati col metodo di Giulio Cesare.

I nomi in chiaro della lista L sono in parte scritti in italiano e parte scritti in inglese.

$L = [i, t, c, c, d, k, t, d, c, t, i, g, t, r, x, c, f, j, t, h, t, x, k, t, c, i, x, i, l, d, i, g, t, f, j, p, i, i, g, d]$ .

Trovare la chiave di cifratura K e la somma M dei numeri contenuti nella lista L.

K	M

Soluzione

K	M
1	63
5	

$L = [t, e, n, n, o, v, e, o, n, e, t, r, e, c, i, n, q, u, e, s, e, i, v, e, n, t, i, t, w, o, t, r, e, q, u, a, t, t, r, o]$   
 $[i, t, c, c, d, k, t, d, c, t, i, g, t, r, x, c, f, j, t, h, t, x, k, t, c, i, x, i, l, d, i, g, t, f, j, p, i, i, g, d]$

$K = 15 ;$

14 diff 4

Dalla definizione tipo dizionario sotto riportate, ricavare le parole contrassegnate da X utilizzando l'elenco riportato. La prima scelta è data a mo' di esempio.

- A) surf      B) invoice      C) foresee      D) merit      E) boat  
F) prove      G) denote

**X1: the quality of being good or worthy.**

**X2: to show that sth is true or certain by means of facts or evidence**

**X3: the white part of waves as they fall on the shore or on rocks.**

**X4: to know that sth is going to happen in the future**

**X5: to be a sign or symbol of sth**

**X6: a small hollow structure for travelling in on water.**

**X7: a list of goods sold or services provided together with the prices charged.**

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
D						

**Soluzione**

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
D	F	A	C	G	E	B

15 diff 2

Gli articoli in vendita in un grande magazzino sono identificati con una sigla. Gli articoli sono descritti col termine

$\text{tab}(\langle \text{sigla-art} \rangle, \langle \text{disponibilità} \rangle, \langle \text{prezzo di vendita in euro} \rangle, \langle \text{fornitore} \rangle)$

e la tabella che descrive il contenuto del magazzino è la seguente

$\text{tab}(a21, 120, 20, f12)$ .  $\text{tab}(a22, 100, 25, f13)$ .  $\text{tab}(a23, 220, 30, f14)$ .  $\text{tab}(a24, 130, 40, f12)$ .

$\text{tab}(a25, 195, 10, f14)$ .  $\text{tab}(a26, 180, 50, f18)$ .  $\text{tab}(a27, 145, 45, f21)$ .  $\text{tab}(a28, 110, 35, f22)$ .

$\text{tab}(a29, 210, 60, f11)$ .  $\text{tab}(a30, 220, 70, f16)$ .  $\text{tab}(a31, 130, 65, f19)$ .  $\text{tab}(a32, 215, 75, f14)$ .

Rispondere ai quesiti seguenti. Se la risposta è una lista di sigle, indicarne gli elementi nell'ordine crescente così definito:  $(a21 < a22 < a23 < \dots < a32)$ , e  $(f11 < f12 < f13 < \dots < f22)$ .

Quanti articoli K1 dei fornitori f14 o f12 hanno una disponibilità inferiore a 150 unità?

Qual è la lista L1 delle sigle dei fornitori che riforniscono gli articoli col prezzo di vendita maggiore di 50 euro?

Qual è la lista L2 delle sigle degli articoli che hanno un prezzo di vendita maggiore di 55 oppure minore di 20?

K1	L1	K2

Soluzione

K1	L1	L2
2	[f11,f14,f16,f19]	[a25,a29,a30,a31,a32]



16 diff 4

Sul fianco di una montagna esistono numerose sorgenti. L'acqua di una sorgente, che si suppone fluire in modo continuo e costante, può scorrere a valle attraverso uno o più rigagnoli. Può avvenire che uno o più rigagnoli convergano in un punto in cui esiste una sorgente; in tal caso, la loro acqua si aggiunge a quella fornita dalla sorgente attraversata. Questa situazione è quindi descrivibile con un reticolo di nodi (le sorgenti) collegati da archi (i rigagnoli). La situazione complessiva di un reticolo è descritta da due tabelle:

1)  $s(\langle \text{sorgente} \rangle, \langle \text{litri d'acqua erogata al minuto} \rangle)$ ,

che specifica la quantità d'acqua che sgorga da ogni sorgente (che è un nodo del reticolo),

2)  $r(\langle \text{sorgente1} \rangle, \langle \text{sorgente2} \rangle)$ ,

che specifica la presenza di un rigagnolo che porta acqua dalla sorgente1 alla sorgente2.

Se da una sorgente escono più rigagnoli, l'acqua si divide in parti uguali fra ciascuno di essi.

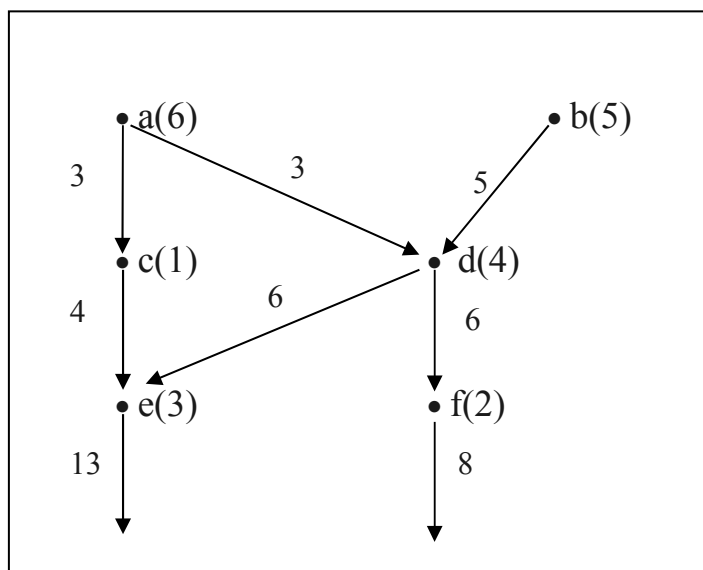
Nella situazione descritta dal seguente esempio (con radici in **a** e in **b**, vedi figura)

$s(\mathbf{a},6)$ ,  $s(\mathbf{b},5)$ ,  $s(\mathbf{c},1)$ ,  $s(\mathbf{d},4)$ ,  $s(\mathbf{e},3)$ ,  $s(\mathbf{f},2)$ ,

$r(\mathbf{a},\mathbf{c})$ ,  $r(\mathbf{a},\mathbf{d})$ ,  $r(\mathbf{b},\mathbf{d})$ ,  $r(\mathbf{c},\mathbf{e})$ ,  $r(\mathbf{d},\mathbf{e})$ ,  $r(\mathbf{d},\mathbf{f})$ ,

la quantità d'acqua che esce dai nodi **c**, **d**, **e** è riportata dalla seguente tabella.

c	e	f
4	1	8
	3	



Problema.

Un reticolo con tre sorgenti in **a,b,c** è descritto dalle seguenti due tabelle

$s(\mathbf{a},4)$ ,  $s(\mathbf{b},6)$ ,  $s(\mathbf{c},8)$ ,  $s(\mathbf{d},6)$ ,  $s(\mathbf{e},2)$ ,  $f(3)$ ,  $x(1)$ ,  $y(2)$ ,  $z(3)$ ,

$r(\mathbf{a},\mathbf{d})$ ,  $r(\mathbf{b},\mathbf{d})$ ,  $r(\mathbf{b},\mathbf{f})$ ,  $r(\mathbf{b},\mathbf{e})$ ,  $r(\mathbf{c},\mathbf{e})$ ,  $r(\mathbf{d},\mathbf{x})$ ,  $r(\mathbf{f},\mathbf{y})$ ,  $r(\mathbf{e},\mathbf{f})$ ,  $r(\mathbf{e},\mathbf{z})$ .

Riportare nella tabella la quantità di acqua che esce dai nodi  $x,y,z$ .

x	y	z

Soluzione

x	y	z
1	1	9
3	3	



Italiano

Con riferimento all'elenco di vocaboli nella tabella sotto riportata, selezionare, dal successivo elenco, un sinonimo e un contrario per ciascuno dei vocaboli in tabella associando alle rispettive X e Y una delle lettere da A a J. La prima risposta è riportata a mo' di esempio.

<b>Vocabolo</b>	<b>Sinonimo</b>	<b>Contrario</b>
Logorare	X1	Y1
Riassettare	X2	Y2
Dare	X3	Y3
Camuffare	X4	Y4
Propendere	X5	Y5

Elenco di vocaboli tra cui scegliere i valori da attribuire alle variabili.

A) riordinare B) prediligere C) sconvolgere D) restaurare E) avversare  
 F)sciupare G)nascondere H)carpire I) smascherare J) porgere

X1	Y1	X2	Y2	X3	Y3	X4	Y4	X5	Y5

X1	Y1	X2	Y2	X3	Y3	X4	Y4	X5	Y5
F	D	A	C	J	H	G	I	B	E

Nel seguente schema sostituire alle variabili X1, X2, X3, X4, X5 i predicati corretti scelti da A1 a A10 in modo che su ogni riga si leggano frasi compiute corrette.

X5	subito a casa	non mi sarei	bagnato
se stessi	più attento	X3	di più
se fossi andato	prima a scuola	X4	di più e meglio
se sarò andato	bene a scuola	X2	una vacanza
X1	prima	non arriverei	sempre in ritardo

Elenco dei predicati tra i quali scegliere le cinque soluzioni al problema proposto.

A1 se fossi andato

A2 imparerei

A3 avrò meritato

A4 se mi alzassi

A5 se andrò

A6 meriterei

A7 se mi alzerò

A8 se andassi

A9 avrei imparato

A10 imparerei

Riportare l'accoppiamento tra le X e le A nella seguente tabella.

X1	X2	X3	X4	X5

SOLUZIONE

X1	X2	X3	X4	X5
A4	A3	A2	A9	A1

## Ordinamento

Data una lista di numeri diversi, per esempio  $[1,5,2,4]$ , scambiando la posizione dei suoi elementi è possibile definire la corrispondente permutazione ordinata  $[1,2,4,5]$ ; questo risultato si può ottenere con un opportuno scambio di posto di *due cifre adiacenti*. In questo esempio, l'ordinamento (crescente) si ottiene con due mosse:

$[1,5,2,4] \rightarrow [1,2,5,4]$  (scambiando 2 e 5)  $\rightarrow [1,2,4,5]$  (scambiando 4 e 5).

La lista  $[2,5,4,3]$  può essere ordinata con tre mosse:

$[2,5,4,3] \rightarrow [2,4,5,3] \rightarrow [2,4,3,5] \rightarrow [2,3,4,5]$ .

Un medesimo risultato si può in generale ottenere anche con sequenze diverse di scambi.

Problema.

Date le seguenti liste

$L1 = [1,9,2,8]$ ,

$L2 = [2,1,4,6,3]$

$L3 = [9,8,7,6,5]$

Trovare il numero **minimo** di mosse ( $N1$ ,  $N2$ ,  $N3$  rispettivamente per  $L1$ ,  $L2$ ,  $L3$ ) necessario per ottenere le corrispondenti permutazioni ordinate crescenti.

N1	N2	N3

Soluzione

N1	N2	N3
2	3	10

20

Inglese

Completare le seguenti frasi associando le X con le lettere A corrispondenti ai vocaboli appropriati in modo da dare un senso compiuto alle rispettive frasi.

- 1) (Camminando per strada) The wall was covered with X1.
- 2) (In un negozio) Who is X2, please?
- 3) (Viaggiando in autostrada) How far is it to the next petrol X3?
- 4) A proposito di vacanze) I'm going X4 next winter.

A1) station    A2) graffiti    A3) skiing    A4) next

X1	X2	X3	X4

Soluzione

X1	X2	X3	X4
A2	A4	A1	A3

Medie nov 10

1.

Dato un insieme di numeri, si dice mediana il numero che occuperebbe la posizione centrale se l'insieme fosse ordinato. Ad esempio, la mediana dei numeri presenti nella seguente lista

[1,3,5,7,6,4,2] è 4; infatti, il numero degli elementi minori di 4, [1,2,3], è uguale al numero di quelli che sono maggiori di 4, [5,6,7].

Dato un insieme di numeri, la moda è il numero ripetuto più volte. Esempio, la moda dell'insieme [1,5,4,2,5,1,4,5] è il numero 5 (ripetuto 3 volte).

La media di n numeri è la loro somma divisa per n ( $n > 0$ ).

Problema

Data la seguente lista di numeri

[2, 15, 15, 3, 3, 18, 12, 16, 7, 10, 16, 20, 10, 2, 19, 19, 10, 7, 17, 20, 4, 10, 16, 20, 4, 1, 19, 15, 4, 2, 14, 18, 5, 7, 14, 19, 8, 9, 20, 15, 4, 9, 14, 20, 2]

trovare: la media M1 (solo la parte intera del numero), la moda M2 e la mediana M3.

M1	
M2	
M3	

Soluzione

M1	24
M2	7
M3	12

2

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti storici significativi della loro regione. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in 9 attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro.

La tabella che segue descrive le 9 attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, ..., A9), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni per completarla.

attività	ragazzi	giorni
A1	5	1
A2	2	3
A3	3	2
A4	1	4
A5	1	3
A6	4	3
A7	5	3
A8	4	1
A9	5	2

Le priorità fra le attività sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla a sinistra è terminata. L'attività che non ha priorità è la prima, quella che non ha successori è l'ultima. Questo è l'elenco delle coppie: (A1,A2), (A1,A3), (A3,A4), (A3,A5), (A2,A6), (A2,A7), (A5,A8), (A4,A9), (A6,A9), (A7,A9), (A8,A9). Se una attività ha più antecedenti, può essere iniziata solo quando tutte le antecedenti sono terminate!

Trovare quanti giorni N sono necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività deve iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità).

L'attività A1 inizia il giorno 1; trovare il numero X1 che individua il giorno in cui lavora il maggior numero M1 di ragazzi e il numero X2 del giorno in cui lavora il minor numero M2 di ragazzi. Supponendo che la retribuzione media giornaliera per ragazzo sia di 90 euro, calcolare il costo complessivo S del progetto.

N	X1	M1	X2	M2	S

Soluzione

N	X1	M1	X2	M2	S
8	7	14	4	4	5400



3

Nel seguente testo sostituire X1, X2, ecc. con le parole più appropriate, elencate qui sotto, in modo da dare significato completo al periodo.

“Il X1 può essere X2 e può X3 dalla X4; per questo è più X5 come idea che come insieme di X6.”

Parole da usare per le sostituzioni

- A) esperienza
- B) apprendere
- C) rivoluzionario
- D) servizi
- E) istruito
- F) *computer*

Per indicare le sostituzioni, si deve associare a ciascuna X, nella tabella sotto riportata, la lettera che individua il vocabolo da inserire nel testo. Il primo accoppiamento è riportato a mo' di esempio.

X1	X2	X3	X4	X5	X6
F					

SOLUZIONE

X1	X2	X3	X4	X5	X6
F	E	B	A	C	D

4

La prima delle seguenti tabelle associa alle sigle X1, X2, ecc. un vocabolo; la tabella successiva associa alle sigle A, B, ecc. possibili definizioni. Alcune definizioni non corrispondono ad alcun vocabolo della prima tabella.

X1	induttivo
X2	ricomporre
X3	oggettivo
X4	superamento
X5	abolizionismo
X6	decorrere
X7	inerzia

A	Uno stato di inattività fisica o mentale dovuto a mancanza di iniziativa
B	Soluzione positiva di una situazione di pericolo o di difficoltà
C	Avere il coraggio di affrontare una difficoltà
D	Un metodo di ragionamento (che tende a persuadere)
E	Rimettere insieme formando un tutto unitario
F	Relativo alla realtà fenomenica indipendente dalla percezione soggettiva
G	Entrare in vigore
Z	Per i vocaboli non definiti

Individuare le definizioni associando a ciascuna X, nella tabella sotto riportata, la lettera che individua il testo più opportuno. Se il vocabolo non è definito usare la sigla Z. La prima associazione è riportata a mo' di esempio.

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
D						

SOLUZIONE

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
D	E	F	B	Z	G	A

5

La lista seguente contiene in ordine alfabetico le sigle automobilistiche di alcuni capoluoghi di provincia italiani.

[an,ao,ba,bg,bl,bo,br,bs,bz,ca,ce,cn,co,cr,ct,fg,fi,ge,im,kr,lu,me,mi,mn,na,no,pa,pe,pg,pi,pv,pz,ri,rn,roma,si,sr,sv,tn,to,ts,ve,vr,vt].

Facendo riferimento solo alle città rappresentate in questa lista con le rispettive targhe automobilistiche, trovare la lista L1 delle sigle automobilistiche delle città che si trovano a sud est di Napoli e la lista L2 di quelle che si trovano a sud ovest. Elencare le sigle in modo da rispettare l'ordine crescente di latitudine delle città.

L1 = [...]

L2 =

SOLUZIONE

L1 = [sr, ct, me, kr, pz, br]

L2 = [pa,ca].

6

Nel seguente testo inglese dare valore alle variabili X1, X2, ecc. scegliendo tra A1, A2, ecc.

“Computational X1 represents a universally applicable X2 and skill set everyone, not just computer X3, would be eager to X4 and use.”

Vocaboli da sostituire

A1 attitude

A2 scientists

A3 learn

A4 thinking

Per indicare le sostituzioni, si deve associare a ciascuna X, nella tabella sotto riportata, la lettera che individua il vocabolo da inserire nel testo.

X1	X2	X3	X4

SOLUZIONE

X1	X2	X3	X4
A4	A1	A2	A3

7

Si consideri il seguente elenco di lemmi:

- A clash
- B drift
- C fetch
- D impugn
- E palaver
- F slap
- G testimonial

Si considerino inoltre le seguenti definizioni lessicali:

- X1 to express doubts about something
- X2 to hit somebody with the palm of the hand
- X3 to come together and fight
- X4 to go and find and bring back something
- X5 a formal statement written by a former employer about somebody's abilities
- X6 trouble often with a lot of talk or argument
- X7 a continuous slow movement of wind or mater

Nella seguente tabella associare a ogni lettera A, B, ecc. la definizione X1, X2, ecc. opportuna. La prima associazione è data a mo' di esempio.

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
D						

SOLUZIONE

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
D	F	A	C	G	E	B

8

Sette ragazzi (indicati con le prime sette lettere dell'alfabeto A, B, C, D, E, F, G) organizzano riunioni seduti attorno a un tavolo rotondo; nella prima riunione A è seduto nel posto numero 1, B nel 2 e così di seguito ordinatamente F nel posto 6 e G nel 7. In questa prima riunione, A è seduto fra B e G. Per le riunioni successive, decidono di cambiare di posto usando la regola descritta dalla seguente tabella

1	2	3	4	5	6	7
2	1	6	3	7	5	4

Chi in una riunione occupa il posto indicato dalla prima riga, nella successiva andrà nel posto corrispondente indicato nella seconda riga. Così, A che nella prima riunione è al posto 1, nella seconda andrà nel posto 2, B si scambia il posto con A. Le posizioni di C nelle successive sedute sono indicate dalla seguente sequenza: 6, 5, 7, 4, 3 e così via.

Trovare le posizioni Pd, Pe, Pf, Pg, occupate rispettivamente da D, E, F, G nella quinta seduta.

Pd	P e	Pf	Pg

Soluzione

Pd	P e	Pf	Pg
7	6	3	5

9

Si devono consegnare delle pizze alle abitazioni poste ai **numeri civici dispari** di una stessa via. Per rispettare i tempi delle prenotazioni, le pizze devono essere consegnate seguendo le istruzioni scritte usando un codice che specifica come spostarsi avanti (per esempio A2, per muoversi di due posti) e indietro (per esempio I5, per muoversi indietro di 5 posti) lungo la via a partire da un punto specificato. Un esempio di consegna di 4 pizze: a partire dalla casa al numero 1 (nella quale si deve consegnare la prima pizza), con le istruzioni descritte dalla seguente lista [A2,A1,I2], le consegne seguono il seguente ordine [1,5,7,3] nel quale sono elencati in ordine di consegna i numeri civici (dispari!) delle abitazioni cui effettuare le consegne.

### ESERCIZIO 19

Si devono consegnare 7 pizze alle abitazioni che corrispondono ai seguenti numeri civici [1,3,5,7,9,11,13]. Le istruzioni per la consegna, a partire dalla abitazione al **numero 1**, sono le seguenti:

[A3,A3,I5,A4,I1,I2].

Trovare la lista L che contiene i numeri civici delle abitazioni disposti secondo l'ordine di consegna delle pizze. (Il primo elemento della lista è 1).

L	
---	--

### SOLUZIONE

L	[1,7,13,3,11,9,5]
---	-------------------

Sono date due liste di numeri *pari*  $L_m$ , detta *lista dei minori*, e  $L_M$  detta *lista dei maggiori*. I numeri sono disposti in ordine non decrescente, come mostrato nel seguente esempio:

$$L_m = [12, 12, 14, 18, 22, 24],$$

$$L_M = [16, 20, 26, 28, 28, 30, 30, 32].$$

Un “separatore” per queste due liste è un numero *dispari* per il quale si fa l’ipotesi che sia *maggiore* di tutti i numeri della lista  $L_m$  e *minore* di tutti quelli della lista  $L_M$ . Poiché alcuni numeri della prima lista sono maggiori di alcuni numeri della seconda (vedi l’esempio), ad ogni separatore ipotizzato  $S$  viene associato un errore dato dal numero di elementi di  $L_m$  maggiori di  $S$  più il numero di elementi di  $L_M$  minori di  $S$ . Con riferimento alle due liste sopra viste, nella tabella seguente sono riportati alcuni esempi di separatori e dei rispettivi errori.

Separatore	1	1	2	2	<b>2</b>	27
	7	9	1	3	<b>5</b>	
Errore	4	3	4	3	<b>2</b>	3

Si dice “separatore ottimale” il numero dispari cui corrisponde l’errore minimo. In questo caso il separatore ottimale è il numero 25.

## ESERCIZIO 21

Date le seguenti coppie di liste

$$L_m = [14, 14, 14, 18, 18, 22, 26, 26],$$

$$L_M = [16, 20, 20, 24, 24, 24, 28, 28, 28, 28]$$

Trovare il separatore ottimale  $S$ .

S

SOLUZIONE

S



The land of Fantasia is centered upon a large circular lake. Around this lake is a circular highway, with five cities placed along the highway. The distances between the cities are as follows:

Distance	City P	City Q	City R	City S	City T
City P		12 Km	4 Km	6 Km	8 Km
City Q	12 Km		8 Km	6 Km	4 Km
City R	4 Km	8 Km		10 Km	12 Km
City S	6 Km	6 Km	10 Km		2 Km
City T	8 Km	4 Km	12 Km	2 Km	

Note that there are always two different ways of travelling from one city to another (corresponding to the two different direction around the lake); the table above lists the shorter distance in each case.

You are travelling along the highway in a constant direction around the lake. In which order might you travel past the five cities?

- A) [T,R,P,Q,S]
- B) [S,T,Q,P,R]
- C) [P,S,Q,T,R]
- D) [R,P,T,S,Q]
- E) [Q,T,S,P,R]

Soluzione E

12

Un gioco consiste di una tavoletta con tre pioli numerati con 1, 2, 3 come mostrato in figura 1. Sul piolo tre c'è una pila di dischi su ciascuno dei quali è inciso il nome di una città italiana. Si possono spostare i dischi solamente UNO alla volta dalla cima della pila di un piolo e infilarlo in un altro piolo: ciascun spostamento costituisce una *mossa*.

Problema.

Qual è il numero minimo  $M$  di mosse necessarie per trasferire i dischi sul piolo 1 in modo che dall'alto in basso la longitudine delle città sia crescente? (Ovviamente occorre prima trovare la distribuzione finale delle città sul piolo 1 e poi calcolare il numero minimo di mosse per ottenere quella distribuzione).

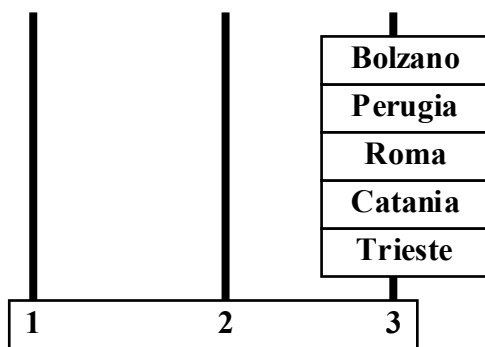


Figura 1. Stato iniziale

M

SOLUZIONE

M
8

dall'alto in basso: Bolzano Perugia Roma Trieste Catania.

Si ricorda che il termine  $a(\langle \text{nodo1} \rangle, \langle \text{nodo2} \rangle, \langle \text{distanza} \rangle)$  descrive un percorso stradale che unisce  $\text{nodo1}$  e  $\text{nodo2}$ , con la indicazione della relativa distanza (per esempio in chilometri). Sia dato il seguente grafo stradale

$a(n1, n2, 2)$ .     $a(n2, n3, 5)$ .     $a(n3, n4, 3)$ .     $a(n4, n8, 4)$ .     $a(n5, n6, 2)$ .     $a(n6, n8, 3)$ .  
 $a(n1, n7, 8)$ .     $a(n8, n7, 6)$ .     $a(n5, n1, 1)$ .     $a(n2, n5, 9)$ .     $a(n3, n6, 7)$ .     $a(n5, n7, 4)$ .

Un percorso tra due nodi viene descritto con la lista dei nodi che lo compongono ordinati dal nodo di partenza al nodo di arrivo.

Trovare la lista  $L$  del percorso più lungo (senza passare più di una volta per uno stesso nodo) fra il nodo  $n7$  e il nodo  $n2$  e la sua lunghezza  $K$ .

L	
K	

Soluzione

$L = [n7, n8, n4, n3, n6, n5, n2]$ ,  
 $K = 31$  ;

14 reti di flusso diff 3

Sul fianco di una montagna esistono numerose sorgenti. L'acqua di una sorgente, che si suppone fluire in modo costante, può scorrere a valle attraverso uno o più rigagnoli. Può avvenire che questi convergano in un punto in cui esiste una sorgente; in tal caso, la loro acqua si aggiunge a quella fornita da questa sorgente. La situazione è quindi descrivibile con una rete: i nodi della rete rappresentano le sorgenti e gli archi rappresentano i rigagnoli.

La situazione complessiva di un reticolo è descritta quindi da due tabelle:

$s(\langle \text{sorgente} \rangle, \langle \text{litri d'acqua al minuto} \rangle)$ , che specifica l'acqua che sgorga da ogni sorgente;

$r(\langle \text{sorgente1} \rangle, \langle \text{sorgente2} \rangle)$ , che specifica il rigagnolo dalla sorgente1 alla sorgente2.

Se da una sorgente escono più rigagnoli, l'acqua si divide in parti uguali fra ciascuno di essi.

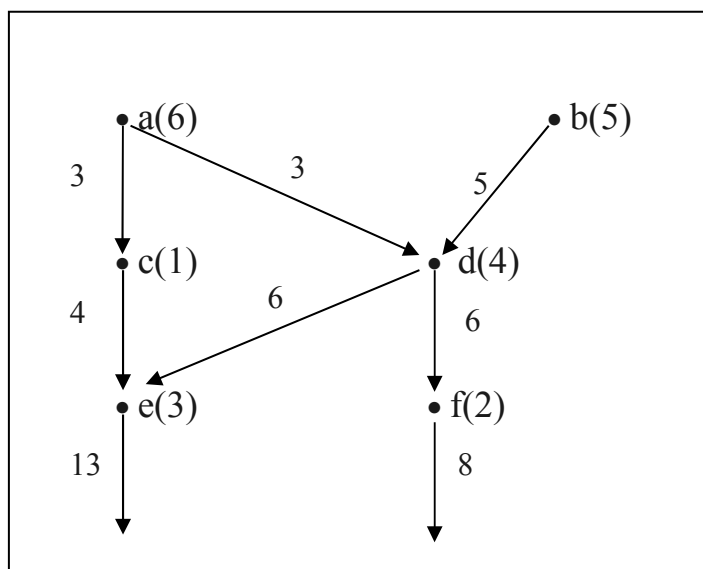
A titolo di esempio, nella rete descritta dal seguente esempio (con radici in **a** e in **b**, vedi figura)

$s(\mathbf{a},6)$ ,  $s(\mathbf{b},5)$ ,  $s(\mathbf{c},1)$ ,  $s(\mathbf{d},4)$ ,  $s(\mathbf{e},3)$ ,  $s(\mathbf{f},2)$ ,

$r(\mathbf{a},\mathbf{c})$ ,  $r(\mathbf{a},\mathbf{d})$ ,  $r(\mathbf{b},\mathbf{d})$ ,  $r(\mathbf{c},\mathbf{e})$ ,  $r(\mathbf{d},\mathbf{e})$ ,  $r(\mathbf{d},\mathbf{f})$ ,

la quantità d'acqua che esce dai nodi **c**, **d**, **e** è riportata dalla seguente tabella.

c	e	f
4	1	8
	3	



Problema.

Un reticolo è descritto dalle seguenti due tabelle

$s(\mathbf{a},8)$ ,  $s(\mathbf{b},5)$ ,  $s(\mathbf{c},5)$ ,  $s(\mathbf{d},3)$ ,  $s(\mathbf{e},5)$ ,  $s(\mathbf{f},7)$ ,  $s(\mathbf{g},7)$ ,  $s(\mathbf{h},3)$ ,  $s(\mathbf{i},3)$ ,  $s(\mathbf{j},4)$ ,

$r(\mathbf{a},\mathbf{c})$ ,  $r(\mathbf{a},\mathbf{d})$ ,  $r(\mathbf{b},\mathbf{d})$ ,  $r(\mathbf{c},\mathbf{e})$ ,  $r(\mathbf{c},\mathbf{f})$ ,  $r(\mathbf{c},\mathbf{g})$ ,  $r(\mathbf{d},\mathbf{g})$ ,  $r(\mathbf{d},\mathbf{h})$ ,  $r(\mathbf{e},\mathbf{i})$ ,  $r(\mathbf{f},\mathbf{i})$ ,  $r(\mathbf{g},\mathbf{i})$ ,  $r(\mathbf{g},\mathbf{j})$ ,  $r(\mathbf{h},\mathbf{j})$ .

Riportare nella tabella la quantità di acqua che esce dai nodi  $i,j$ .

i	j

Soluzione

i	j
2	21
9	

15 insiemi e tabelle diff 1

Le caratteristiche di un gruppo di ragazzi sono descritte in due tabelle che hanno la seguente dichiarazione:

tab1(<nome del ragazzo>, <lingua>, <sport praticati>)

tab2(<nome del ragazzo>, <sigla della città>, <età>).

Il contenuto specifico di queste due tabelle è il seguente:

tab1(giovanni, francese, [tennis, calcio]).

tab1(gio, inglese, [golf, calcio]).

tab1(luca, finnico, [calcio, ciclismo]).

tab1(giorgio, portoghese, [golf, tennis, calcio]).

tab1(danilo, inglese, [tennis]).

tab1(lorenzo, finnico, [tennis, ciclismo, golf]).

tab1(mario, francese, [tennis, basket]).

tab1(marco, francese, [alpinismo, tennis]).

tab1(piero, spagnolo, [cricket, calcio]).

tab1(lucy, francese, [basket, golf]).

tab1(fabio, spagnolo, [alpinismo, basket, calcio]).

tab1(pierino, portoghese, [cricket, golf, tennis]).

tab2(giovanni, bo, 12).

tab2(gio, bo, 11).

tab2(luca, fi, 12).

tab2(giorgio, rn, 12).

tab2(danilo, mi, 14).

tab2(lorenzo, bo, 10).

tab2(mario, bo, 13).

tab2(marco, rn, 10).

tab2(piero, fi, 13).

tab2(lucy, mi, 11).

tab2(fabio, mi, 11).

tab2(pierino, mi, 13).

Trovare il numero N1 di ragazzi che abitano nella stessa città del ragazzo che parla inglese e pratica solo il tennis.

Trovare il numero N2 dei ragazzi che abitano nella città di Giovanni e che possono giocare con lui a tennis.

Trovare il numero N3 dei ragazzi che parlano francese e hanno meno di 13 anni.

Soluzione

N1	N2	N3
3		

N1	N2	N3
3	2	3

16 crittografia diff 3

In questo esercizio sono date alcune liste corrispondenti a nomi di città italiane, capoluoghi di provincia, criptati col metodo Giulio Cesare. Per ciascuna lista, trovare la chiave usata e scrivere la corrispondente lista che mette in chiaro il nome di ciascuna città.

criptato	chiave	chiaro
[z, m, b, a, x, u]		
[y, x, c, n, w, i, j]		
[p, f, o, x, z, r, p, x]		
[c, d, k, p, g, p]		

Soluzione

criptato	chiave	chiaro
[z, m, b, a, x, u]	12	[n, a, p, o, l, i]
[y, x, c, n, w, i, j]	9	[p, o, t, e, n, z, a]
[p, f, o, x, z, r, p, x]	23	[s, i, r, a, c, u, s, a]
[c, d, k, p, g, p]	15	[n, o, v, a, r, a]

17

**problema tipo knapsack**

Nelle lezioni di educazione alimentare, i ragazzi hanno classificato alcuni alimenti in relazione al contenuto proteico e al loro costo. I risultati di questa classificazione sono descritti da una tabella avente la dichiarazione

$\text{tabx}(\langle \text{sigla dell'alimento} \rangle, \langle \text{tipo} \rangle, \langle \text{contenuto proteico} \rangle, \langle \text{costo} \rangle)$ . Il tipo si riferisce all'origine dell'alimento: a per vegetali, b per latticini, c per carni.

Il contenuto della tabella riporta i dati relativi a 18 alimenti ed è il seguente:

$\text{tabx}(m1,a,90,248)$ .  $\text{tabx}(m2,a,66,242)$ .  $\text{tabx}(m3,b,80,231)$ .  
 $\text{tabx}(m4,c,73,220)$ .  $\text{tabx}(m5,a,96,250)$ .  $\text{tabx}(m6,b,99,250)$ .  
 $\text{tabx}(m7,b,92,238)$ .  $\text{tabx}(m8,c,97,251)$ .  $\text{tabx}(m9,b,99,249)$ .  
 $\text{tabx}(m10,a,92,240)$ .  $\text{tabx}(m11,c,88,249)$ .  $\text{tabx}(m12,a,79,230)$ .  
 $\text{tabx}(m13,b,85,241)$ .  $\text{tabx}(m14,c,82,232)$ .  $\text{tabx}(m15,a,89,248)$ .  
 $\text{tabx}(m16,c,87,245)$ .  $\text{tabx}(m17,c,77,240)$ .  $\text{tabx}(m18,c,82,255)$ .

Trovare le risposte ai seguenti quesiti; se la risposta è una lista di sigle, riportare le sigle in ordine crescente; per le sigle si ha il seguente ordine  $m1 < m2 < m3 < \dots < m18$ .

Con gli elementi sopra descritti, calcolare il numero  $N_a$  e  $N_b$  di diete che si possono costruire (rispettivamente con 2 elementi di tipo a e 2 di tipo c) aventi un costo non superiore a 490 e un valore proteico maggiore o uguale a 180.

$N_a$	
$N_b$	

Soluzione

$N_a$	3
$N_b$	0

18 diff 4

La lista seguente contiene un insieme di numeri criptati col metodo di Giulio Cesare.

I numeri in chiaro della lista L sono in parte scritti in italiano e in parte scritti in inglese.

$L = [f, e, v, k, b, l, z, l, a, a, l, k, v, e, u, v, c, l, v, a, a, v, k, n, f]$

Trovare le chiavi di cifratura K1 e K2 usate per crittografare rispettivamente i numeri scritti in italiano e quelli scritti in inglese.

K1	K2

Soluzione

K1	K2
7	17

[o, n, e, d, u, e, s, e, t, t, e, t, e, n, n, o, v, e, o, t, t, o, t, w, o]  
[f, e, v, k, b, l, z, l, a, a, l, k, v, e, u, v, c, l, v, a, a, v, k, n, f]

K = 17 e K7.



19 diff 3

Nel testo sotto riportato, alcuni vocaboli sono stati sostituiti con una stringa ottenuta mediante la crittografia di Giulio Cesare. In base al significato deducibile dal contesto, trovare le parole in chiaro e le relative chiavi usate per crittografarle. L'ultima parola è inserita a mo' di esempio.

Spesso sottovalutiamo quello che si può fare con la [a, p, c, n, p, k, t, z, y, p]: muoversi, afferrare oggetti, [v, h, l, m, k, n, b, k, x] e usare [v, w, u, x, p, h, q, w, l], anticipare i movimenti di un oggetto che si sposta, [z, b, o, f, o, n, o, b, o] le azioni future di una scena animata, trovare la [i, e, b, k, p, y, e, d, u] di un [t, v, s, f, p, i, q, e] e ricordare [i, w, t, i, v, m, i, r, d, i] passate.

[a, p, c, n, p, k, t, z, y, p]		
[v, h, l, m, k, n, b, k, x]		
[v, w, u, x, p, h, q, w, l]		
[z, b, o, f, o, n, o, b, o]		
[i, e, b, k, p, y, e, d, u]		
[t, v, s, f, p, i, q, e]		
[i, w, t, i, v, m, i, r, d, i]	[e, s, p, e, r, i, e, n, z, e]	4

Soluzione

- |                                |                                |          |
|--------------------------------|--------------------------------|----------|
| [p, e, r, c, e, z, i, o, n, e] | [a, p, c, n, p, k, t, z, y, p] | K = 11 ; |
| [c, o, s, t, r, u, i, r, e]    | [v, h, l, m, k, n, b, k, x]    | K = 19 ; |
| [s, t, r, u, m, e, n, t, i]    | [v, w, u, x, p, h, q, w, l]    | K = 3 ;  |
| [p, r, e, v, e, d, e, r, e]    | [z, b, o, f, o, n, o, b, o]    | K = 10 ; |
| [s, o, l, u, z, i, o, n, e]    | [i, e, b, k, p, y, e, d, u]    | K = 16 ; |
| [p, r, o, b, l, e, m, a]       | [t, v, s, f, p, i, q, e]       | K = 4 ;  |

## 20 storia

Le stringhe sotto riportate contengono, crittografati col metodo Giulio Cesare, i nomi di noti personaggi del risorgimento italiano; questi nomi sono crittografati con chiavi diverse.

Nome1: [i, c, t, k, d, c, n, f, k]

Nome2: [n, l, g, g, z, f, c]

Nome3: [d, r, q, q, z, e, z]

Nome4: [u, s, j, d, g, s, d, t, w, j, l, g]

Problema.

Trovare le chiavi K1, K2, K3 e K4 usate per crittografare nell'ordine i quattro personaggi.

K1	
K2	
K3	
K4	

Soluzione

K1	2
K2	11
K3	17
K4	18

[g, a, r, i, b, a, l, d, i] [i, c, t, k, d, c, n, f, k] K = 2 ;  
[c, a, v, o, u, r] [n, l, g, g, z, f, c] K = 11 ;  
[m, a, z, z, i, n, i] [d, r, q, q, z, e, z] K = 17 ;  
[c, a, r, l, o, a, l, b, e, r, t, o] [u, s, j, d, g, s, d, t, w, j, l, g] K = 18.

Sup nov 10

1

Nel seguente testo sostituire a X1, X2, ecc. le parole più appropriate, elencate qui sotto, in modo da dare significato completo al periodo.

Mai visto un X1 come quello che X2 per casa quando lo zio Podger metteva X3 a un mestiere. Il X4 rimanda a casa un quadro e il quadro rimaneva nella X5 da pranzo, appoggiato alla X6, in attesa di essere X7; e la zia Podger continuava a X8 che cosa bisognava fare; e lo zio Podger diceva:

“Non te ne X9, ci penso io. E voialtri, che nessuno si X10, faccio tutto da me.”

Si toglieva la giacca e cominciava col mandare la servetta a comprare X11 soldi di chiodi e quando quella era già X12 la faceva X13 da uno di noi ragazzini per X14 di che lunghezza dovevano essere; e così, a poco a poco, X15 in moto tutta la X16. (Da tre uomini in barca).

Per indicare le sostituzioni, nella tabella sotto riportata si deve associare a ciascuna X la lettera che individua il vocabolo da inserire nel testo. Il primo accoppiamento è riportato a mo' di esempio. Non tutti i vocaboli della lista devono essere accoppiati.

- |               |                |               |             |
|---------------|----------------|---------------|-------------|
| A) rimuginava | B) metteva     | C) parete     | D)          |
| E) piede      | F) succedeva   | G) occupare   | H) sala     |
| I) muratore   | J) quarantotto | K) dirle      | L) chiedere |
| M) famiglia   | N) preoccupi   | O) mano       | P) appeso   |
| Q) rincorrere | R) uscita      | S) corniciaio | T) sei      |

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16
J															

Soluzione

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16
J	F	O	S	H	C	P	L	G	N	T	R	Q	K	B	M

2

Nel seguente testo sostituire a X1, X2, ecc. le parole più appropriate, elencate qui sotto, in modo da dare significato completo al periodo.

Information

Hans Christian von Baeyer

Harvard University Press

Information, gently but X1, drizzles down on us in an invisible, X2 electric rain. Encoded in radio X3 that fill the atmosphere, its mists X4 the air, passing through the X5 of our houses and penetrating our very X6.

To find that X7, all we have to X8 is hold out a little X9, amplify the minute electrical impulses it catches, and X10 it into sound, light and characters.

Per indicare le sostituzioni, nella tabella sotto riportata si deve associare a ciascuna X la lettera che individua il vocabolo da inserire nel testo. Il primo accoppiamento è riportato a mo' di esempio. Non tutti i vocaboli della lista devono essere accoppiati.

- |               |                |                 |            |
|---------------|----------------|-----------------|------------|
| A) radio      | B) convert     | C) waves        | D) produce |
| E) impalpable | F) do          | G) relentlessly | H) bodies  |
| I) walls      | J) information | K) antenna      | L) fill    |

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
G	E	C	L	I	H	J	F	K	B

Nel seguente testo sostituire a X1, X2, ecc. le parole più appropriate, elencate qui sotto, in modo da dare significato completo al periodo.

Epicuro: La felicità  
Grandi Tascabili Economici Newton

Né la X1 più grande, né la X2 delle folle, né altra X3 che dipenda da X4 indefinite sono in grado di X5 il X6 dell'animo e di X7 X8.

Per indicare le sostituzioni, nella tabella sotto riportata si deve associare a ciascuna X la lettera che individua il vocabolo da inserire nel testo. Il primo accoppiamento è riportato a mo' di esempio. Non tutti i vocaboli della lista devono essere accoppiati.

- |                |               |              |               |
|----------------|---------------|--------------|---------------|
| A) uomo        | B) turbamento | C) povertà   | D) sciogliere |
| E) ammirazione | F) cosa       | G) ricchezza | H) principio  |
| I) gioia       | J) procurare  | K) aumentare | L) cause      |

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8

Soluzione

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8
G	E	F	L	D	B	J	I

Due scuole decidono di affrontarsi in un torneo di scacchi. L'organizzazione, fissato il numero  $N$  dei partecipanti, prevede che ogni studente di una squadra incontri tutti gli studenti della seconda squadra. In ogni giornata, tutti gli studenti sono impegnati in un solo incontro. Per ogni vittoria vengono assegnati due punti e per il pareggio un punto.

Problema.

Se le squadre sono composte da 16 giocatori, calcolare:

- il numero  $N1$  di giornate necessario per completare il torneo;
- il punteggio massimo  $N2$  accumulabile dal vincitore;
- il punteggio minimo  $N3$  col quale è possibile essere il vincitore unico del torneo;
- nel caso di due vincitori ex equo, quali possono essere i loro punteggi minimo  $M1$  e massimo  $M2$ .

N1	N2	N3	M1	M2

Soluzione

N1	N2	N3	M1	M2
16	32	17	17	31

reti di flusso diff 3

Sul fianco di una montagna esistono numerose sorgenti. L'acqua di una sorgente, che si suppone fluire in modo costante, può scorrere a valle attraverso uno o più rigagnoli. Può avvenire che questi convergano in un punto in cui esiste una sorgente; in tal caso, la loro acqua si aggiunge a quella fornita da questa sorgente. La situazione è quindi descrivibile con una rete: i nodi della rete rappresentano le sorgenti e gli archi rappresentano i rigagnoli.

La situazione complessiva di un reticolo è descritta quindi da due tabelle:

$s(\langle \text{sorgente} \rangle, \langle \text{litri d'acqua al minuto} \rangle)$ , che specifica l'acqua che sgorga da ogni sorgente;

$r(\langle \text{sorgente1} \rangle, \langle \text{sorgente2} \rangle)$ , che specifica il rigagnolo dalla sorgente1 alla sorgente2.

Se da una sorgente escono più rigagnoli, l'acqua si divide in parti uguali fra ciascuno di essi.

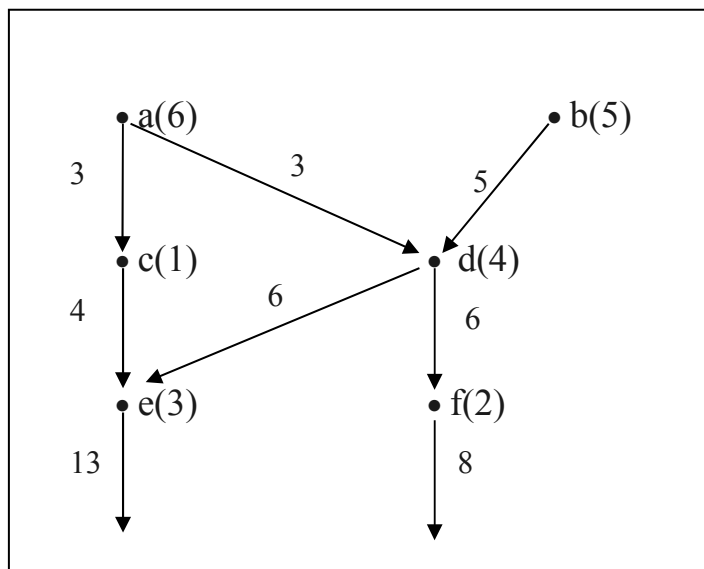
A titolo di esempio, nella rete descritta dal seguente esempio (con radici in **a** e in **b**, vedi figura)

$s(\mathbf{a},6)$ ,  $s(\mathbf{b},5)$ ,  $s(\mathbf{c},1)$ ,  $s(\mathbf{d},4)$ ,  $s(\mathbf{e},3)$ ,  $s(\mathbf{f},2)$ ,

$r(\mathbf{a},\mathbf{c})$ ,  $r(\mathbf{a},\mathbf{d})$ ,  $r(\mathbf{b},\mathbf{d})$ ,  $r(\mathbf{c},\mathbf{e})$ ,  $r(\mathbf{d},\mathbf{e})$ ,  $r(\mathbf{d},\mathbf{f})$ ,

la quantità d'acqua che esce dai nodi **c**, **e**, **f** è riportata dalla seguente tabella.

c	e	f
4	1	8
	3	



Problema.

Un reticolo con quattro sorgenti in **a,b,c,d** è descritto dalle seguenti due tabelle

$s(\mathbf{a},2)$ ,  $s(\mathbf{b},6)$ ,  $s(\mathbf{c},4)$ ,  $s(\mathbf{d},8)$ ,  $s(\mathbf{e},3)$ ,  $s(\mathbf{f},2)$ ,  $s(\mathbf{g},2)$ ,  $s(\mathbf{h},2)$ ,  $s(\mathbf{i},12)$ ,  $s(\mathbf{j},3)$ ,  $s(\mathbf{l},5)$ ,  $s(\mathbf{m},1)$ ;

$r(\mathbf{a},\mathbf{e})$ ,  $r(\mathbf{b},\mathbf{e})$ ,  $r(\mathbf{b},\mathbf{f})$ ,  $r(\mathbf{c},\mathbf{f})$ ,  $r(\mathbf{c},\mathbf{g})$ ,  $r(\mathbf{d},\mathbf{g})$ ,  $r(\mathbf{d},\mathbf{h})$ ,  $r(\mathbf{e},\mathbf{i})$ ,  $r(\mathbf{f},\mathbf{j})$ ,  $r(\mathbf{g},\mathbf{j})$ ,  $r(\mathbf{g},\mathbf{m})$ ,  $r(\mathbf{h},\mathbf{m})$ ,  $r(\mathbf{i},\mathbf{l})$ ,  $r(\mathbf{j},\mathbf{l})$ ,  $r(\mathbf{j},\mathbf{m})$ .

Riportare nella tabella la quantità di acqua che esce dai nodi **l,m**.

l	m

Soluzione

l	m
3	20
0	

6

Distributore di pizze. Si devono consegnare le pizze alle abitazioni poste ai numeri dispari di una stessa via. Per rispettare i tempi delle prenotazioni, le pizze devono essere consegnate seguendo le istruzioni scritte usando un codice che specifica come spostarsi avanti (per esempio A2, per muoversi di due posti) e indietro (per esempio I5, per muoversi di 5 posti) lungo la via a partire da un punto specificato. Un esempio di consegna di 4 pizze: se a partire dalla casa al numero 1 le istruzioni fossero descritte dalla seguente lista [A2,A1,I2], le consegne seguirebbero il seguente ordine [1,5,7,3] che indica i numeri civici delle rispettive abitazioni. A partire dalla casa al numero 3, con le seguenti istruzioni [A1,I2,A4], le consegne seguirebbero il seguente ordine [3,5,1,9].

Problema 1.

Si devono consegnare 7 pizze. Le istruzioni per la consegna, a partire dalla abitazione al numero 5, sono le seguenti: [A3, A3, I5, A3, I2, I3].

Trovare la lista L che contiene i numeri civici delle abitazioni disposti secondo l'ordine di consegna delle pizze.

Problema 2.

Si devono consegnare 8 pizze ad alcune abitazioni che corrispondono ai seguenti 9 numeri civici [1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17]. Le istruzioni per la consegna, a partire dalla abitazione al numero 1, sono le seguenti: [A4,A3,I4,A5,I3,A1,I5].

A quale numero civico N non è stata consegnata alcuna pizza?.

L =

N =

Soluzione

L = [5, 11, 17, 7, 13, 9, 3].

N = 5



7

In un foglio a quadretti disegnare un rettangolo di 14 quadretti in orizzontale e 9 in verticale (vedi figura).

	.	.	.	.		.	.	.		.	.	.	..
	.	.	.	.		.	.	.		S			
					P								
→													

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente “P” è individuata da essere nella sesta colonna (da sinistra) e nella terza riga (dal basso: brevemente si dice che ha coordinate (6,3)). Le coordinate della casella contenente “S” sono (10,8) e di quella contenente la freccia sono (1,1).

La freccia, che in figura è nella casella (1,1), può essere pensata come una piccola tartaruga, in questo caso voltata verso destra; la tartaruga può eseguire tre tipi di comandi:

- girarsi di 90 gradi in senso *orario*: comando O;
- girarsi di 90 gradi in senso *antiorario*: comando A;
- avanzare di una casella (nel senso della freccia!): comando F.

Questi comandi possono essere concatenati in sequenze in modo da permettere alla “tartaruga” di compiere vari percorsi; per esempio la sequenza FFFFFAFF fa spostare la tartaruga dalla posizione e orientamento iniziali mostrati in figura fino alla casella “P”; risultato analogo si ottiene con la sequenza AFFOFFFFF. Tuttavia, nel primo caso l’orientamento finale della tartaruga è verso l’alto, mentre nel secondo caso l’orientamento finale è verso destra.

Problema.

In un rettangolo 14x9, la tartaruga è nella casella (1,1) ed è orientata verso destra. Trovare l’ascissa X e l’ordinata Y in cui si troverà la tartaruga dopo aver effettuato il percorso descritto dalla seguente sequenza:

FFFFFAFFFFFAFFFFFAFFFFFOFFOFFOFF

X	Y

Soluzione

X	Y
3	3

## Ordinamento

Data una lista di numeri diversi, per esempio [1,5,2,4], è possibile alterare l'ordine dei suoi elementi scambiando di posto **due cifre adiacenti**. Con mosse successive è quindi possibile spostare gli elementi della lista in modo da ottenere la permutazione ordinata crescente; in questo esempio, l'ordinamento si ottiene con due mosse ([1,5,2,4], [1,2,5,4], [1,2,4,5]). La lista [2,5,4,3] può essere ordinata con tre mosse ([2,5,4,3], [2,4,5,3], [2,4,3,5], [2,3,4,5]).

Date le seguenti liste

L1 = [1,9,3,8,2,7],

L2 = [2,1,3,4,6,5,8,7,10,9]

L3 = [8,7,6,5,4,3,1,2,9]

Trovare il numero minimo di mosse (N1, N2, N3 rispettivamente per L1, L2, L3) necessario per ottenere le corrispondenti permutazioni ordinate crescenti.

N1	N2	N3

Soluzione

N1	N2	N3
7	4	27

## Distanza fra liste

Date due liste (per esempio  $L1 = [r,i,s,o,t,t,o]$  e  $L2 = [p,r,e,s,t,o]$ ) si definisce distanza di  $L1$  da  $L2$  il numero minimo di sostituzioni da apportare a  $L1$  per renderla uguale a  $L2$ . Una sostituzione, o mossa, è una delle seguenti tre operazioni:

- a) sostituzione di un carattere di  $L1$  con altro carattere,
- b) inserimento di un nuovo carattere in  $L1$ ,
- c) cancellazione di un carattere di  $L1$ .

Ad esempio,  $L1$  può essere trasformata in  $L2$  con 13 mosse. Con 7 cancellazioni  $L1$  diventa uguale alla lista vuota  $[\ ]$ . Con cinque inserimenti successivi (dei 5 caratteri  $p,r,e,s,t,o$ ) la lista vuota diventa uguale a  $L2$ .  $L1$  può trasformarsi in  $L2$  anche con un minimo di 4 mosse: la distanza di  $L1$  da  $L2$  è quindi 4.

## Problema 1

Trovare la distanza  $D1$  tra le liste  $L1 = [a,b,c,d,e]$  e  $L2 = [e,d,c,b,a]$

## Problema 2.

Trovare la distanza  $D2$  tra le due liste  $M1 = [w,q,y,l,z,m,f]$  e  $M2 = [h,w,x,y,m,f]$ .

## Problema3

Trovare la distanza  $D3$  tra le due liste  $N1 = [u,p,r,x,g,a,x]$  e  $N2 = [r,x,g,w,x]$ .

D1	D2	D3

## Soluzioni

D1	D2	D3
4	4	3

- 1)  $D1 = 4$
- 2)  $D=4$ .
- 3)  $H=3$ .

## Rotazione dei posti a tavola

Dieci ragazzi (indicati con le prime dieci lettere maiuscole dell'alfabeto A, B, C, D, E, F, G, H, I, J) organizzano riunioni seduti attorno a un tavolo rotondo; nella prima riunione A è seduto nel posto numero 1, B nel 2 e così di seguito ordinatamente I nel posto 9 e J nel 10. In questa prima riunione; A è quindi seduto fra B e J. Per le riunioni successive, i ragazzi decidono di cambiare di posto usando la regola descritta dalla seguente tabella

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	10	6	9	7	8	4	3	5	1

Chi in una riunione occupa il posto indicato dalla prima riga, nella successiva andrà nel posto corrispondente indicato nella seconda riga. Così, A che nella prima riunione è al posto 1, nella seconda andrà nel posto 2, B si sposta dal 2 al 10. Le successive posizioni di C, che parte dal posto 3, sono indicate dalla seguente sequenza: 6, 8, 3, e così via.

Trovare le posizioni Pd, Pe, Pf, Pg, occupate rispettivamente da D, E, F, G nella sesta seduta.

Pd	Pe	Pf	Pg

## Soluzione

Pd	Pe	Pf	Pg
9	7	3	4

Separatore ottimo

Sono date due liste di numeri *pari*  $L_m$ , detta *lista dei minori*, e  $L_M$  detta *lista dei maggiori*. I numeri sono disposti in ordine non decrescente, come mostrato nel seguente esempio:

$$L_m = [12, 12, 14, 18, 22, 24],$$

$$L_M = [16, 20, 26, 28, 28, 30, 30, 32].$$

Un “separatore” per queste due liste è un numero *dispari* per il quale si fa l’ipotesi che sia *maggiore* di tutti i numeri della lista  $L_m$  e *minore* di tutti quelli della lista  $L_M$ . Poiché alcuni numeri della prima lista sono maggiori di alcuni numeri della seconda (vedi l’esempio), ad ogni separatore ipotizzato  $S$  viene associato un errore dato dal numero di elementi di  $L_m$  maggiori di  $S$  più il numero di elementi di  $L_M$  minori di  $S$ . Con riferimento alle due liste sopra viste, nella tabella seguente sono riportati alcuni esempi di separatori e dei rispettivi errori.

Separatore	1	1	2	2	<b>2</b>	27
	7	9	1	3	<b>5</b>	
Errore	4	3	4	3	<b>2</b>	3

Si dice “separatore ottimale” il numero dispari cui corrisponde l’errore minimo. In questo caso il separatore ottimale è il numero 25.

Problema

Date le seguenti coppie di liste

$$L_m = [14, 14, 14, 18, 18, 20, 22, 22, 22, 24, 24, 26, 26],$$

$$L_M = [14, 14, 16, 20, 20, 24, 24, 24, 28, 28, 28, 30]$$

Trovare il separatore ottimale  $S$ .

S

SOLUZIONE

S

## Distribuzione circolare di città

The land of Fantasia is centered upon a large circular lake. Around this lake is a circular highway, with five cities placed along the highway. The distances between the cities are as follows:

Distance	City A	City B	City C	City D	City E
City A		11 Km	14 Km	21 Km	7 Km
City B	11 Km		22 Km	15 Km	4 Km
City C	14 Km	22 Km		7 Km	21 Km
City D	21 Km	15 Km	7 Km		19 Km
City E	7 Km	4 Km	21 Km	19 Km	

Note that there are always two different ways of travelling from one city to another (corresponding to the two different direction around the lake); the table above lists the shorter distance in each case.

You are travelling along the highway in a constant direction around the lake. In which order might you travel past the five cities?

- A) [E,A,B,C,D]
- B) [B,E,D,A,C]
- C) [D,C,B,E,A]
- D) [A,E,B,D,C]
- E) [C,E,D,B,A]

Soluzione D

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti storici significativi della loro regione. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in 9 attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro.

La tabella che segue descrive le 6 attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, ..., A6), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni per completarla.

attività	ragazzi	giorni
A1	8	1
A2	3	3
A3	2	2
A4	3	1
A5	1	2
A6	6	3
A7	1	3
A8	5	1
A9	8	1

Le priorità fra le attività sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla a sinistra è terminata. L'attività che non ha priorità è la prima, quella che non ha successori è l'ultima. Questo è l'elenco delle coppie: (A1,A2), (A1,A3), (A1,A4), (A2,A7), (A2,A8), (A3,A6), (A3,A8), (A4,A5), (A5,A8), (A6,A9), (A7,A9), (A8,A9). Se una attività ha più antecedenti, può essere iniziata solo quando tutte le antecedenti sono terminate!

Trovare quanti giorni  $N$  sono necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività deve iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità).

L'attività A1 inizia il giorno 1; trovare il numero  $X1$  che individua il giorno in cui lavora il maggior numero  $M1$  di ragazzi e il numero  $X2$  del giorno in cui lavora il minor numero  $M2$  di ragazzi. Supponendo che la retribuzione media giornaliera per ragazzo sia di 90 euro, calcolare il costo complessivo  $S$  del progetto.

N	X1	M1	X2	M2	S

Soluzione

N	X1	M1	X2	M2	S
7	5	12	6	7	5400

La lista seguente contiene in ordine alfabetico le sigle automobilistiche di alcuni capoluoghi di provincia italiani.

[an,ao,ba,bg,bl,bo,br,bs,bz,ca,ce,cn,co,cr,ct,fg,fi,ge,im,kr,lu,me,mi,mn,na,no,pa,pe,pg,pi,pv,pz,ri,rn,roma,si,sr,sv,tn,to,ts,ve,vr,vt].

Facendo riferimento solo alle città rappresentate in questa lista con le rispettive targhe automobilistiche, trovare la lista L1 delle sigle automobilistiche delle città che si trovano a nord est di Ancona e la lista L2 di quelle che si trovano a sud ovest. Elencare le sigle in modo da rispettare l'ordine crescente di latitudine delle città.

L1 = [...]

L2 =

SOLUZIONE

L1 = [ts]

L2 = [ca, roma, ri, vt, pg, si]



Si ricorda che il termine  $a(\langle \text{nodo1} \rangle, \langle \text{nodo2} \rangle, \langle \text{distanza} \rangle)$  descrive un percorso stradale che unisce nodo1 e nodo2, con la indicazione della relativa distanza (per esempio in chilometri). Sia dato il seguente grafo stradale

$a(n1, n2, 2)$ .     $a(n2, n3, 5)$ .     $a(n3, n4, 3)$ .     $a(n4, n8, 4)$ .     $a(n5, n6, 2)$ .     $a(n6, n8, 3)$ .  
 $a(n1, n7, 8)$ .     $a(n8, n7, 6)$ .     $a(n5, n1, 1)$ .     $a(n2, n5, 9)$ .     $a(n3, n6, 7)$ .     $a(n5, n7, 4)$ .

Un percorso tra due nodi viene descritto con la lista dei nodi che lo compongono ordinati dal nodo di partenza al nodo di arrivo. Disegnare il grafo in modo che gli archi non si incrocino.

Problema.

Trovare la lista L del percorso più lungo (senza passare più di una volta per uno stesso nodo) fra il nodo **n5** e il nodo **n6** e la sua lunghezza K.

L	
K	

Soluzione

$L = [n5, n2, n1, n7, n8, n4, n3, n6]$ ,

$K = 39$  ;

Nelle lezioni di educazione alimentare, i ragazzi hanno classificato alcuni alimenti in relazione al contenuto proteico e al loro costo. I risultati di questa classificazione sono descritti da una tabella avente la dichiarazione

$\text{tabx}(\langle \text{sigla dell'alimento} \rangle, \langle \text{tipo} \rangle, \langle \text{contenuto proteico} \rangle, \langle \text{costo} \rangle)$ . Il tipo si riferisce all'origine dell'alimento: a per vegetali, b per latticini, c per carni.

Il contenuto della tabella riporta i dati relativi a 18 alimenti ed è il seguente:

$\text{tabx}(m1,a,90,248)$ .  $\text{tabx}(m2,a,66,242)$ .  $\text{tabx}(m3,b,80,231)$ .  
 $\text{tabx}(m4,c,73,220)$ .  $\text{tabx}(m5,a,96,250)$ .  $\text{tabx}(m6,b,99,250)$ .  
 $\text{tabx}(m7,b,92,238)$ .  $\text{tabx}(m8,c,97,251)$ .  $\text{tabx}(m9,b,99,249)$ .  
 $\text{tabx}(m10,a,92,240)$ .  $\text{tabx}(m11,c,88,249)$ .  $\text{tabx}(m12,a,79,230)$ .  
 $\text{tabx}(m13,b,85,241)$ .  $\text{tabx}(m14,c,82,232)$ .  $\text{tabx}(m15,a,89,248)$ .  
 $\text{tabx}(m16,c,87,245)$ .  $\text{tabx}(m17,c,77,240)$ .  $\text{tabx}(m18,c,82,255)$ .

Trovare le risposte ai seguenti quesiti; se la risposta è una lista di sigle, riportare le sigle in ordine crescente; per le sigle si ha il seguente ordine  $m1 < m2 < m3 < \dots < m18$ .

Con gli elementi sopra descritti, calcolare il numero  $N_b$  di diete che si possono costruire con due elementi di tipo b aventi un costo minore di 490 e un valore proteico maggiore di 190 e il numero  $N_c$  di diete che si possono costruire con due elementi di tipo c aventi un costo minore di 480 e un valore proteico maggiore o uguale a 170.

$N_b$	
$N_c$	

Soluzione

$N_b$	2
$N_c$	1

$t(191,487,[m7,m9])$ ,  $t(191,488,[m6,m7])$ ;  
 $t(170,471,[m4,m8])$ .

Un gioco consiste di una tavoletta con tre pioli numerati con 1, 2, 3 come mostrato in figura 1. Sul piolo tre c'è una pila di dischi su ciascuno dei quali è inciso il nome di una città italiana. Si possono spostare i dischi solamente UNO alla volta dalla cima della pila di un piolo e infilarlo in un altro piolo: ciascun spostamento costituisce una *mossa*.

Problema.

Qual è il numero minimo  $M$  di mosse necessarie per trasferire i dischi sul piolo 1 in modo che dall'alto in basso la longitudine delle città sia crescente? (Ovviamente occorre prima trovare la distribuzione finale delle città sul piolo 1 e poi calcolare il numero minimo di mosse per ottenere quella distribuzione).

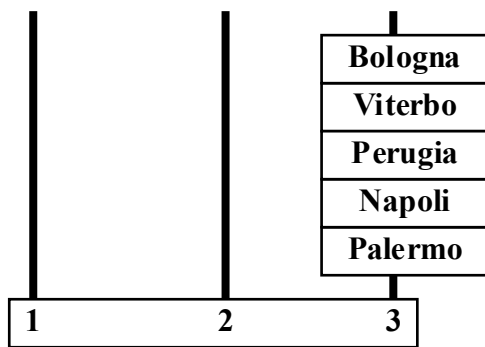


Figura 1. Stato iniziale

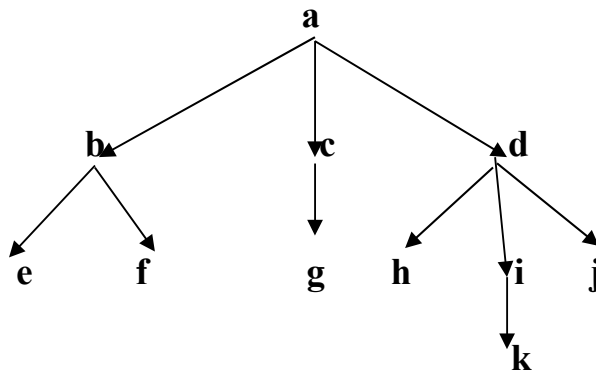
M

SOLUZIONE

M
8

dall'alto in basso: Bologna Viterbo Perugia Palermo Napoli.

La seguente figura rappresenta un albero genealogico.



contenente i *nod*i a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k. Gli alberi possono essere descritti da un termine come **arco(<genitore>,<figlio>)**, in tal modo, l'albero sopra riportato può essere rappresentato dal seguente elenco di termini:

arco(a,b)    arco(a,c)    arco(a,d)    arco(b,e)    arco(b,f)    arco(c,g)  
 arco(d,h)    arco(d,i)    arco(d,j)    arco(i,k).

Utilizzando la terminologia delle parentele si possono ad esempio fare le seguenti affermazioni:

a è il nonno di e,f,g,h,i,j;

d è lo zio di e,f,g;

lo zio b ha 4 nipoti;

k ha 2 zii.

**Problema.**

Disegnare l'albero genealogico descritto dal seguente insieme di termini.

arco(a,b)    arco(a,c)    arco(a,d)    arco(b,e)    arco(b,f)    arco(c,g)    arco(d,h)  
 arco(d,i)    arco(f,l)    arco(f,m)    arco(g,n)    arco(h,o)    arco(i,p)    arco(i,q).  
 arco(o,r)    arco(o,s)    arco(o,t)

Trovare il numero N complessivo di nonni presenti in questo albero genealogico.

Trovare il numero M complessivo di zii presenti in questo albero.

Trovare il numero K complessivo di cugini presenti in questo albero

N	
M	
K	

**Soluzione**

N	5
M	7
K	8

Si ricorda che il termine

$\text{regola}(\langle \text{sigla} \rangle, \langle \text{Lista antecedenti} \rangle, \langle \text{conseguente} \rangle)$

descrive una regola di deduzione che consente di dedurre il conseguente conoscendo tutti gli elementi contenuti nella lista degli antecedenti; ogni regola è poi identificata in modo univoco da una sigla. Dato il seguente insieme di regole

$\text{regola}(1, [c1, c2], i)$ .	$\text{regola}(2, [i, h], a)$ .	$\text{regola}(3, [h, p1], c1)$ .
$\text{regola}(4, [h, p2], c2)$ .	$\text{regola}(5, [c1, c2], a)$ .	$\text{regola}(6, [p1, p2], h)$ .
$\text{regola}(7, [p1, p2], i)$ .	$\text{regola}(8, [c1, i], c2)$ .	$\text{regola}(9, [i, a], h)$ .
$\text{regola}(10, [h, c1], p1)$ .	$\text{regola}(11, [h, c2], p2)$ .	$\text{regola}(12, [c1, a], c2)$ .
$\text{regola}(13, [p1, h], p2)$ .	$\text{regola}(14, [p1, i], p2)$ .	$\text{regola}(15, [c2, i], c1)$ .
$\text{regola}(16, [a, h], i)$ .	$\text{regola}(17, [p1, c1], h)$ .	$\text{regola}(18, [p2, c2], h)$ .
$\text{regola}(19, [c2, a], c1)$ .	$\text{regola}(20, [p2, h], p1)$ .	$\text{regola}(21, [p2, i], p1)$ .

si osserva che, conoscendo gli elementi contenuti nella lista  $[p1, p2]$ , è possibile, per esempio, dedurre direttamente **h** con la regola 6 e **i** con la regola 7; ma conoscendo  $[p1, p2]$  è anche possibile dedurre **c1** applicando prima la regola 6 (per dedurre **h**) e poi la regola 3 (conoscendo ora  $[h, p1]$ ). Si può quindi dire che la lista  $[6, 3]$  rappresenta un procedimento per dedurre **c1** da  $[p1, p2]$ ; la lista contiene infatti l'indicazione delle regole che devono essere applicate; a partire da  $[p1, p2]$ , la lista  $[6, 3, 4, 5]$  rappresenta il procedimento per calcolare **a**.

Problema.

Nelle due liste L1 e L2 sotto riportate trovare le sigle delle due regole indicate con N1 e N2 sapendo che L1 è un procedimento per calcolare **i** a partire da  $[c2, h]$  e L2 è un procedimento per calcolare **a** a partire da  $[c1, h]$ .

$L1 = [11, N1, 3, 5, 16]$  ;

$L2 = [10, 13, N2, 5]$

N1	N2

Soluzione

N1	N2
20	4

$L1 = [11, 20, 3, 5, 16]$  ;

$L2 = [10, 13, 4, 5]$

20

Allineati sul bordo di un lungo sentiero rettilineo si trovano dei recipienti cilindrici, aventi tutti la medesima altezza ma diametro diverso. Camminando lungo il sentiero è possibile raccogliere alcuni di questi recipienti col vincolo che è possibile raccoglierne uno solo se ha un diametro minore di quello raccolto in precedenza; i recipienti devono essere via via impilabili uno nell'altro, cioè la sequenza delle misure dei diametri dei recipienti via via raccolti deve risultare decrescente. Se la lista dei diametri dei recipienti disposti lungo il sentiero è la seguente

[5,4,1,5,9,8,2,5,3,1]

alcune possibilità di raccolta consentite dal vincolo imposto sono descritte dalle seguenti liste

- 1) [5,4,1]
- 2) [5,4,2,1]
- 3) [5,4,3,1]
- 4) [9,8,5,3,1]

Problema

Data la seguente distribuzione dei diametri dei recipienti disposti lungo il sentiero,

10,7,12,5,9,3,4,6,5,1,15,7,8,3,7,6,4,2,3,1

trovare il maggior numero  $N$  di recipienti che si possono raccogliere.

Soluzione

$N = 8$

[12,9,8,7,6,4,3,1]