Facoltà di Scienze MM.FF.NN
Università di Bologna

Corso di Laurea in Informatica

Introduzione alla simulazione

Luciano Bononi
(bononi@cs.unibo.it)
http://www.cs.unibo.it/~bononi/

Simulazione (18)

- Modellare interarrivi e servizi
  - tempo di interarrivo ta è var. aleatoria con funzione densità f(ta) e funzione cumulativa F(ta).
  - E[ta]=Ta=tempo medio di interarrivo
  - Lambda=1/Ta = freq. Media degli arrivi
  - stesso dicasi per i tempi di servizio (Ts e Mu)
  - rapporto sigma=Lambda/Mu = fattore di utilizzo=prob che il servizio sia occupato.

Simulazione (19)

- Distribuzioni usate frequentemente
  - Bernoulli distribution (discreta)
    - *p = prob di successo, 1-p = prob. di insuccesso*
    - *usata per modellare la probabilità di eventi 1/0 su prove ripetute e indipendenti (tali che prob. 1 = p in ogni prova)*
    - *Media = p*
    - *Varianza = p*(1-p)*
    - *Generazione di v.c. soggette a distrib, Bernoulliana*
      - genero v.c. u uniforme in (0,1): (u <= p)? 1 o.w. 0
    - *es. p=prob. Di bit errato (BER)*

Simulazione (20)

- Binomial distribution (discreta)
  - *modella il numero di successi in una sequenza di prove bernoulliane (prove i.i.d.)*
  - *prob. successo in una prova = p*
  - *numero di prove effettuate = n, numero successi attesi = x*
  - *f(x)=(n x) p^x (1-p)^(n-x)*
  - *Media: np*
  - *Varianza: np(1-p)*
  - *genero n U(0,1): quanti di n sono <p?*
  - *es. f(0) su 8 bit è la prob. di un Byte OK con BER=p.*
  - *es. f(1) su 8 bit è la prob. di un bit errato su 8 con BER=p.*

Simulazione (21)

- Exponential distribution (distr. continua)
  - *usatissima in QNM per tempi di interarrivo e di servizio.*
  - *Parametro a = media = 1/Lambda (a>0)*
  - *range: 0..infinito*
  - *f(x)=1/a * e^(-x/a)*
  - *CDF=F(x)=1-e^(-x/a) <=> F(T)=P(t<T)=1-e^(-Lambda*t)*
  - *Varianza=a^2*
  - *memoryless property (semplifica analisi).*
  - *Modella i tempi di eventi con cause molteplici e indip.*
  - *Es. tempi tra rotture, tempi di interarrivo in servizio*
  - *exp(a) = genero u U(0,1), poi ritorno -a*ln(u)*

Simulazione (22)

- Erlang distribution
  - *estensione della distribuzione esponenziale, se il coeff. Di variazione è minore di 1*
  - *modella i tempi di servizio in QNM t.c. un server erlangiano(a,m) ha tempi di servizio distribuiti come quelli di una serie sequenziale di m server esponenziali.*
  - *Genero m valori Ui=U(0,1), poi Erlang(a,m)= -a ln(prod(i=1,m)Ui)*

Simulazione (23)

- Geometric Distribution (equivale a exp discreta)
  - *modella la distribuzione del numero di prove bernoulliane fino ad avere il primo successo.*
  - *p=prob. di successo. Range = 1,2,….infinito*
  - *pmf= f(x)=(1-p)^(x-1) *p*
  - *CDF=F(x)=1-(1-p)^x*
  - *Media=1/p*
  - *Varianza=(1-p)/p^2*
  - *memoryless property.*
  - *Genero u U(0,1) e calcolo G(p)=ceiling(ln(u)/ln(1-p))*

Simulazione (24)

- Normal (Gaussian) Distribution (continua)
  - N(0,1) con mu=0 e sigma=1 è Distr. Normale Std.
  - Mu=media, sigma=dev std > 0, varianza=sigma^2
  - Range -inf…inf
  - modella le somme di sorgenti indipendenti
  - equivale alla poissoniana per le distr. continue.

Simulazione (25)

- Pascal Distribution
  - estende la geometrica.
  - Modella il numero di prove bernoulliane fino a includere il successo numero m
  - p=prob di successo, m = numero di successi
  - range: x=m, m+1, ….inf
  - f(x)=(x-1,m-1)*p^m*(1-p)^(x-m)
  - Media=m/p
  - Varianza=m(1-p)/p^2
  - genero m G(p) e ritorno la loro somma.

Simulazione (26)

- Poisson distribution (discreta)
  - forma limitata della binomiale
  - Lambda = media >0, Range = 0,1,2…inf
  - f(x)=P(X=x)=Lambda^x * (e^-Lambda)/x!
  - Media=Lambda t, Varianza=Lambda t
  - modella il numero di arrivi in un dato intervallo t
  - ottimo se gli arrivi sono da molte sorgenti indip. ed equiprobabili.
  - Il tempo di interarrivo ta compreso tra arrivi poissoniani è esponenziale.
  - Vedere dispense per generare v.c. poissoniane.

Simulazione (27)

- Uniform distribution (continua e discreta)
  - range : a..b
  - f(x) = 1/(b-a)
  - CDF = F(x) = 0 se x>a, x-a/b-a se a<x<b, 0 o.w.
  - Media: (a+b)/2
  - Varianza: (b-a)^2/12
  - genero u secondo U(0,1) e ritorno a+(b-a)*u