

### Prova Scritta di Informatica Teorica - esempio

1. Sia data una funzione calcolabile iniettiva  $f$ . Discutere la calcolabilità della funzione inversa  $f^{-1}$  nel caso in cui  $f$  sia totale o parziale.
2. Dimostrare che l'insieme

$$K_2 = \{i \mid \varphi_i(2i) \downarrow\}$$

non è ricorsivo.

3. Sia  $f$  totale calcolabile. Dimostrare che, in generale, non è possibile decidere se  $n \in \text{cod}(f)$ . È possibile fornire un algoritmo di semidecisione?
4. Classificare il seguente insieme:

$$A = \{i \mid \exists n. \varphi_i(n) = n\}$$

5. Classificare il seguente insieme:

$$B = \{i \mid \exists n. \varphi_i(n) = i\}$$

6. Classificare il seguente insieme, per  $n$  fissato:

$$C = \{i \mid i \leq n \wedge \varphi_i \equiv \varphi_n\}$$

7. Il grado di un grafo è il numero massimo di archi uscenti per ogni nodo. Dimostrare che ogni grafo di grado  $n$  può essere colorato con  $n+1$  colori. È possibile decidere in tempo polinomiale se un grafo di grado 2 è colorabile con meno di 3 colori?
8. Dimostrare che dato un grafo  $G$  e una costante  $k$  è possibile decidere in tempo polinomiale se  $G$  ammette una cricca di cardinalità  $k$ .
9. Dimostrare che (i) se  $L$  è  $NP$  completo allora  $\bar{L}$  è  $co-NP$  completo, (ii) se  $L$  è  $co-NP$  completo e  $L \in NP$  allora  $NP = co-NP$ .